

Electrònica analògica (ELAN)

Introducció als Sistemes de 1er i 2on ordre

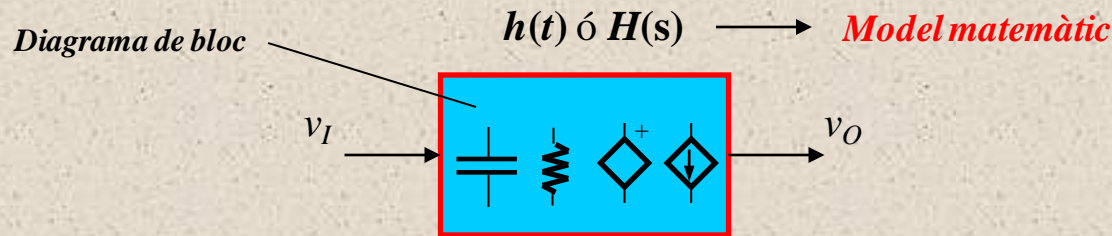
Mòdul **0** / Tema **1**

Contingut

- **1 La funció de transferència. Què és?**
 - Definició, tipus i notacions normalitzades
- **2 Domini temporal (o resposta al esgraó)**
 - Paràmetres de la resposta temporal.
 - Sistemes de 1er i 2on ordre. Característiques
- **3 Domini freqüencial (o regim permanent sinusoidal)**
 - Paràmetres de la resposta freqüencial
 - Diagrames de Bode
 - Aplicacions de la resposta freqüencial: Filtres
- **4 Conclusions**

La Funció de Transferència

- **Model matemàtic** d'un sistema (electrònic) que relaciona la seva/es sortida amb l'/les entrada/es



- Dos dominis:

- **Temporal** (o **temps continu**): $v_O(t) = \int_0^t x(\tau) h(t - \tau) d\tau \longrightarrow$ *Integral de convolució*

$h(t)$ es la del sistema a una entrada **impuls** i que depèn dels paràmetres a i b de l'equació diferencial:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(n-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \quad n \geq m$$

- **Freqüencial** (o **transformat**)

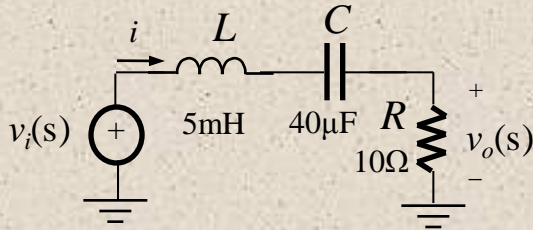
$$H(s) = \frac{v_O(s)}{v_I(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m) \text{ zeros}}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n) \text{ pols}}$$

Consideracions importants

- La funció de transferència...
 - ...és **lineal** i **independent** de l'entrada (LTI)
 - ... no facilita informació sobre la seva estructura física (components electrònics) tot i que es pot trobar si es realitza anàlisi addicional
 - ... en el domini freqüencial permet, fins i tot, saber el comportament en el domini temporal. Per això, aquest últim **quasi mai és utilitzat a la pràctica.**
 - ...es representa mitjançant **diagrama de blocs** (i en el domini de Laplace) quan es treballa a *nivell matemàtic*

Exemple: Circuit RLC

- Determineu la funció de transferència, $H(s) = v_o(s)/v_I(s)$, el següent circuit RLC (domini s) i representeu el seu diagrama de blocs.



Divisor de tensió:

$$v_o(s) = \frac{R}{Ls + 1/Cs + R} v_I(s) \longrightarrow$$

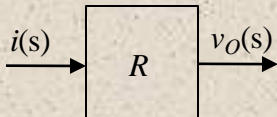
Funció de transferència:

$$H(s) = \frac{v_o(s)}{v_I(s)} = \frac{R}{Ls + 1/Cs + R}$$

- Diagrama de blocs (SIMULINK)

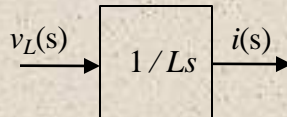
Resistència:

$$v_o(s) = Ri(s)$$



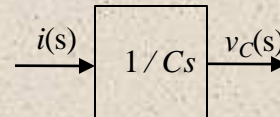
Inductor:

$$i(s) = 1/Ls v_L(s)$$



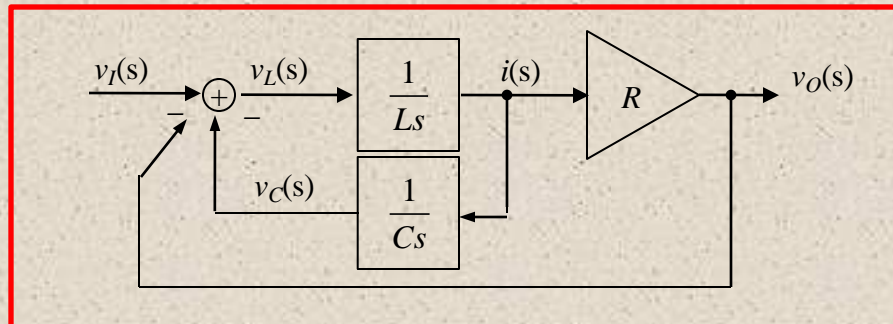
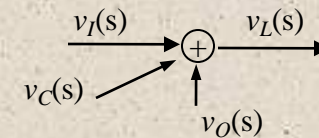
Condensador

$$v_C(s) = 1/Cs i(s)$$



KVL

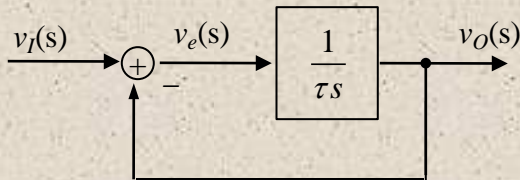
$$v_L(s) = v_I(s) - v_C(s) - v_o(s)$$



Sistema bàsic de 1er. ordre

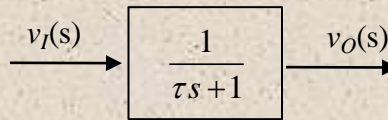
- Diagrama d blocs i funció de transferència

Diagrama enllaç tancat



τ .- Constant de temps

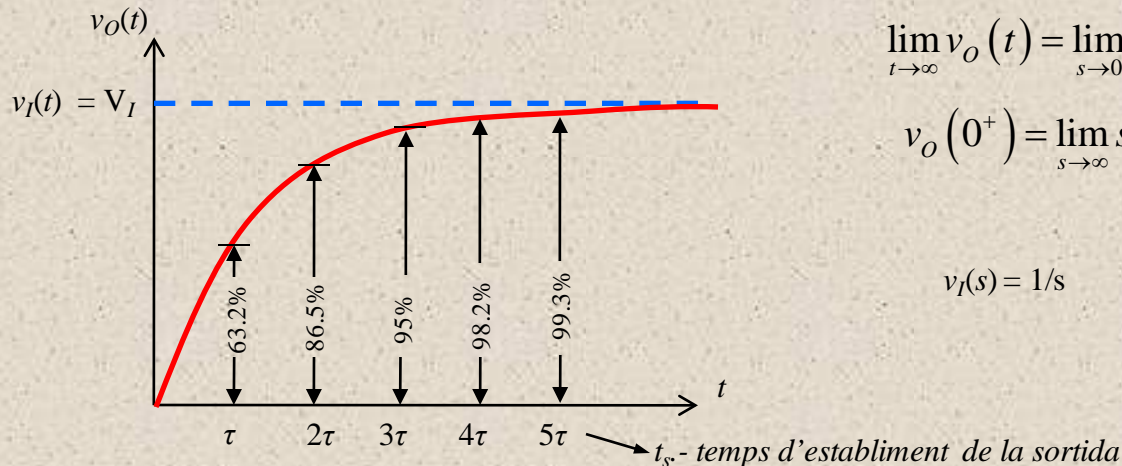
Diagrama enllaç obert



Model matemàtic normalitzat

$$H(s) = \frac{v_O(s)}{v_I(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

- Resposta al esgraó ($v_I(t) = V_I$)



- Valor inicial i final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_O(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s)v_I(s) \longrightarrow \text{Valor final } (t = \infty)$$

$$v_O(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s)v_I(s) \longrightarrow \text{Valor inicial } (t = 0)$$

$$v_I(s) = 1/s \quad v_O(0) = 0 \quad v_O(\infty) = V_I$$

Sistema bàsic de 2on. ordre

- Diagrama d blocs i funció de transferència**

Diagrama en llaç tancat

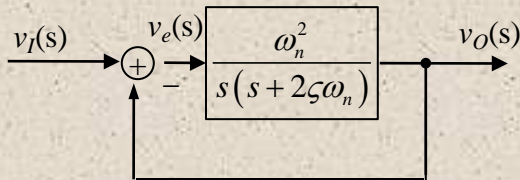
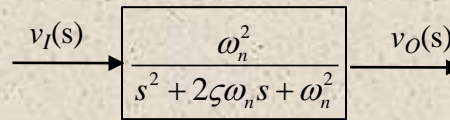


Diagrama en llaç obert



ζ .- Factor d'esmoeteïment

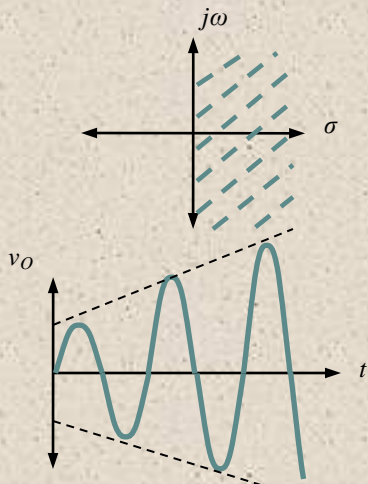
ω_n .- Frequència natural NO esmorteïda (resonància)

Model matemàtic normalitzat

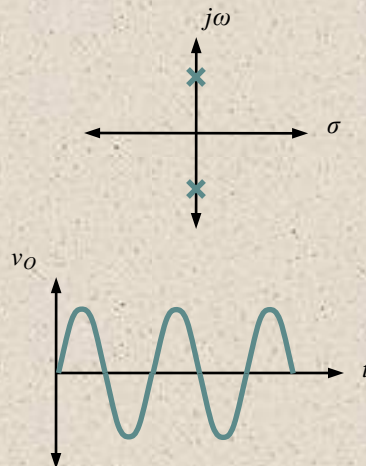
$$H(s) = \frac{v_O(s)}{v_I(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Resposta al esgraó ($v_I(t) = V$). Transitori segons esmorteïment ζ :**

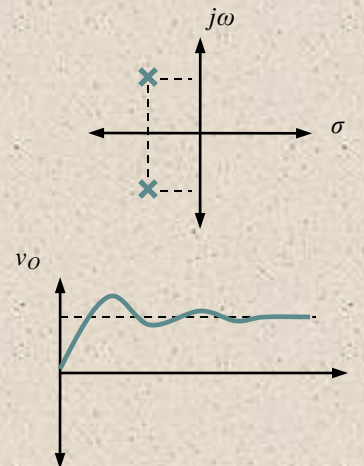
1. Inestable ($\zeta < 0$)



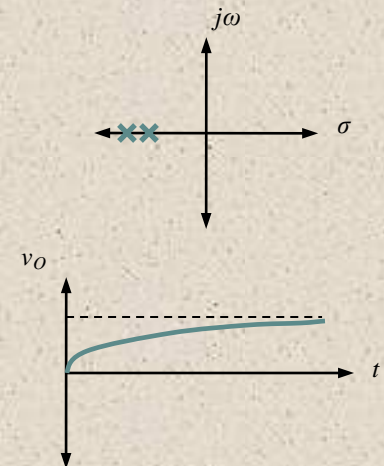
2. Oscil·lant ($\zeta = 0$)



3. Subesmorteït ($0 < \zeta < 1$)



4. Sobresmorteït ($\zeta > 1$)

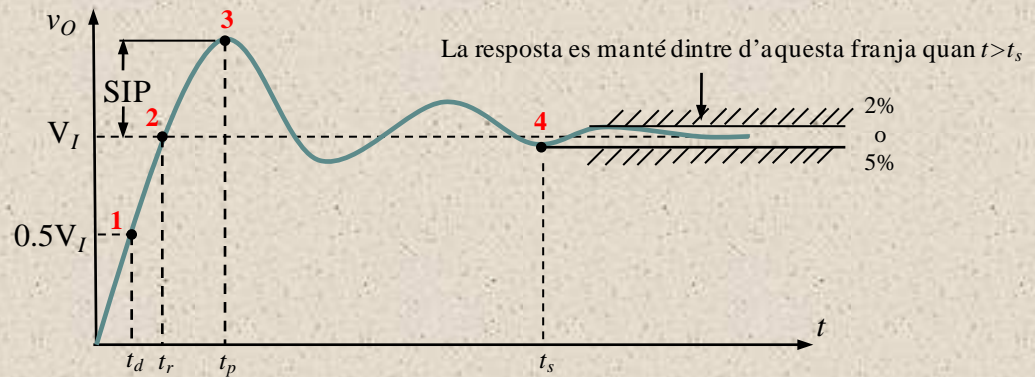
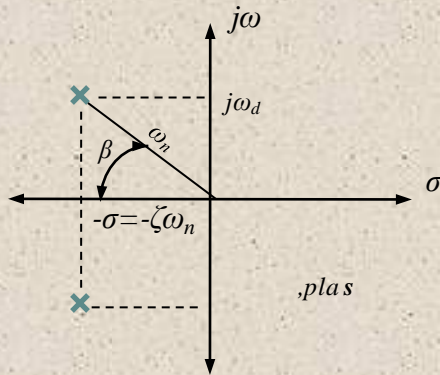


Comportament subesmorteït ($0 < \zeta < 1$)

- Dos pols **complexes conjugats** amb transitori inicial **oscil·lant**

- Funció normalitzada: $H(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)}$

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$, és la freqüència natural esmorteïda (del TRANSITORI INICIAL!!)



1. Temps de retard: t_d

2. Temps de pujada (rise): $t_r = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d}{-\sigma} \right) = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$

3. Sobreimpuls: $SIP = e^{-\frac{\zeta\omega_n}{\omega_d} \pi} \times 100\%$ $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$

*S'expressa en % del valor final V_I

4. Temps d'assentament (settling):

Criteri del 2%: $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

Criteri del 5%: $t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n}$

Comportament sobresmorteït ($\zeta \geq 1$)

- La resposta **s'apropa** al sistema de 1er. ordre quan més gran és ζ .
- Tres casos:
 - Criticament esmorteït ($\zeta=1$): Els dos pols són **reals i iguals**

$$H(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \longrightarrow v_o(t) = V_I (1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t))$$

**És el que té el transitori més ràpid sense sobreimpuls*

- Sobresmorteït ($\zeta > 1$): Pols reals i **diferents**

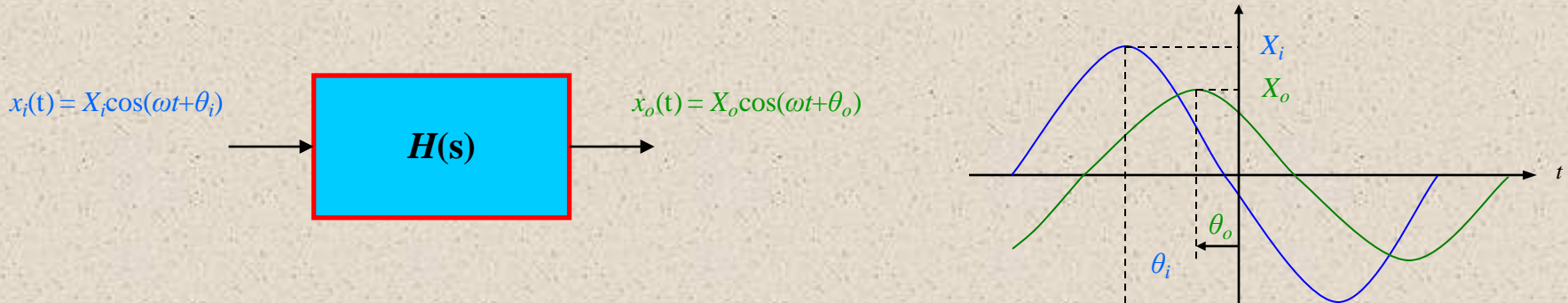
$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})(s + \zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_o(t) = V_I \left[1 + \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} e^{-(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \right] \end{array} \right.$$

- Pol real dominant ($\zeta \gg 1$)

$$H(s) \simeq \frac{\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}}{s + \zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}} = \frac{\omega_n'}{s + \omega_n'} \longrightarrow \text{Sistema de 1er. ordre amb constant de temps } \tau = \frac{1}{\omega_n'} = \frac{1}{\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

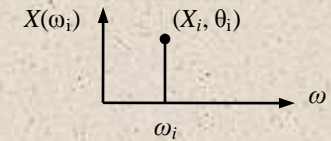
Resposta freqüencial

- Per conèixer la resposta a entrades **sinusoidals** en un rang de freqüències



- Senyals i sistemes en el domini freqüencial:

$$x_i(t) = X_i \cos(\omega t + \theta_i) \longrightarrow \begin{cases} \text{Amplitud: } X_i \\ \text{Freqüència: } \omega = 2\pi f \\ \text{Fase (o desplaçament): } \theta_i \end{cases} \longrightarrow \text{Fasor: } X(\omega_i) \begin{cases} X_i \\ \angle \theta_i \end{cases}$$



- El sistema $H(s)$ s'expressa en domini freqüencial amb l'operador **$s = j\omega$**

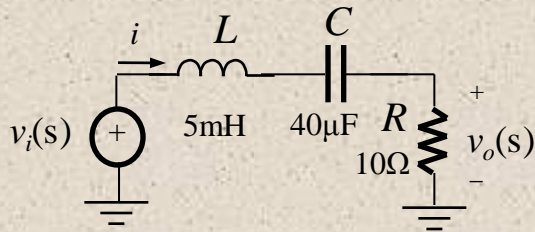
$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \longrightarrow H(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}$$

$$\text{Sortida del sistema: } X_o(\omega_i) \begin{cases} X_o = |H(j\omega_i)| \times X_i \\ \theta_o = \angle H(j\omega_i) + \theta_i \end{cases} \quad \begin{aligned} |H(j\omega)| &= \sqrt{H_r^2 + H_i^2} \\ \angle H(j\omega) &= \begin{cases} \tan^{-1}(H_i/H_r), & \text{si } H_r > 0 \\ 180^\circ - \tan^{-1}(H_i/H_r), & \text{si } H_r < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$H_r = \text{Re}(H(j\omega_i))$
 $H_i = \text{Im}(H(j\omega_i))$

Resposta en circuit RLC (i I)

- Determineu la resposta freqüencial del circuit RLC amb els valors que s'indiquen, per $0 < f < 2\text{kHz}$

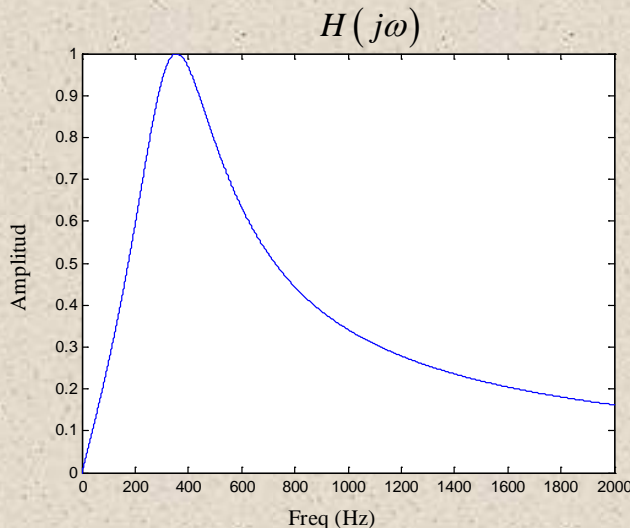


$$H(s) = \frac{R}{Ls + \frac{1}{Cs} + R} = \frac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{RC\omega}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}}$$

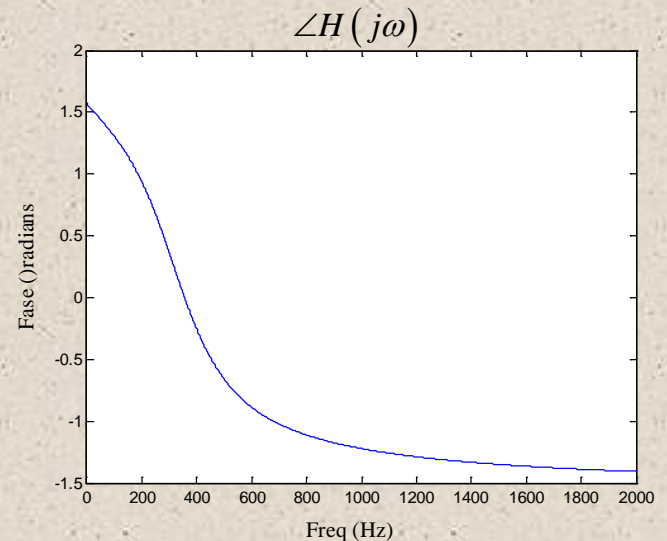
$$\angle H(j\omega) = \tan^{-1}(RC\omega/0) - \tan^{-1}(RC\omega/(1 - LC\omega^2))$$

(Note: An arrow points from the first term to 90°)



Codi MATLAB

```
>> R=10; C=40e-6; L=5e-3;
>> finc=1; ffin=2000;
>> f=0:finc:ffin;
>> w=2*pi*f;
>> % modul de Hs
>> Hs=R*C.*w./sqrt((1-
L*C.*w.^2).^2+(R*C.*w).^2);
>> plot(f,Hs)
>> % fase de Hs
>> Phi=pi/2-atan2(R*C.*w,1-
L*C.*w.^2)
```

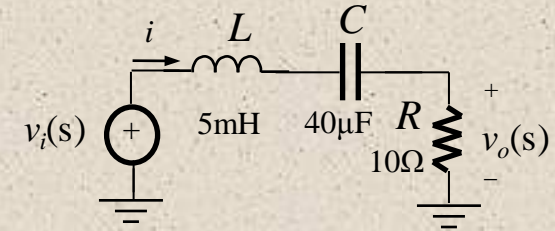


Resposta en circuit RLC (i II)

- Determineu la resposta del sistema a una entrada sinusoidal de 1V de pic per a 250Hz, 356Hz, 500Hz

Codi MATLAB (Exemple amb 100Hz)

```
% Inicialitzo components i paràmetres
>> R=10; C=40e-6; L=5e-3;
>> freq=100; inc=0.01e-3; tfin=30e-3;
>> w=2*pi*freq;
% Defineixo el senyal d'entrada
>> t=0:inc:tfin;
>> xi=sin(w.*t);
% Defineixo el sistema
>> num=[R*C 0];
>> den=[L*C R*C 1];
>> Hs=tf(num,den)
% Genero la gràfica amb la simulació
>> Isim(Hs,xi,t)
```



$$H(s) = \frac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1}$$

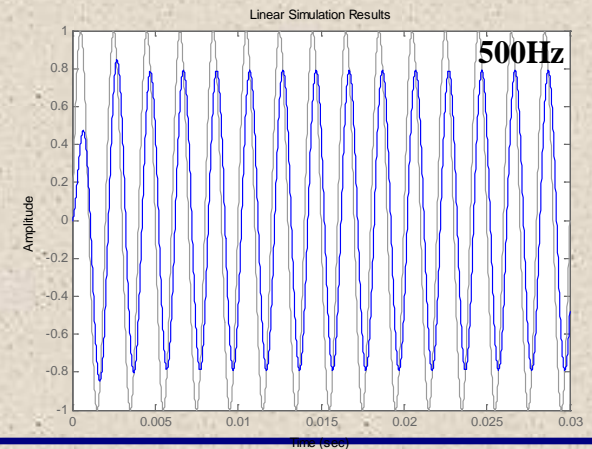
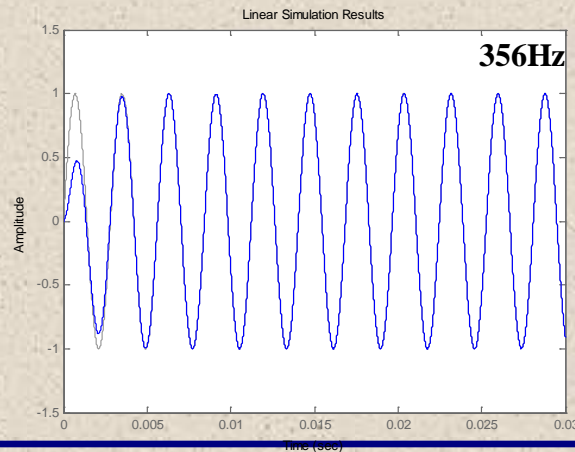
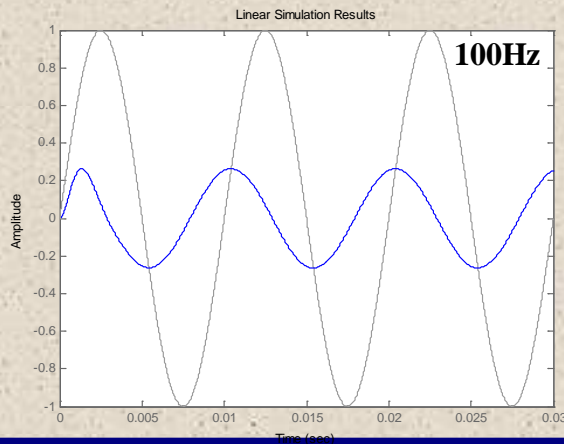


Diagrama de Bode

- També representa la resposta $H(s)$ però utilitzant escala **logarítmica**
- Magnitud expressada en decibels (dB): $|H(j\omega)|_{dB} = 20\log_{10}(|H(j\omega)|)$
- Codi MATLAB

% Inicialitzo components i paràmetres

```
>> R=10; C=40e-6; L=5e-3;
```

% Defineixo el sistema

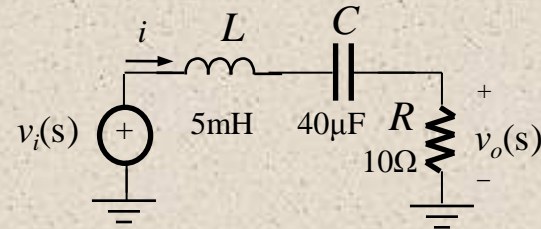
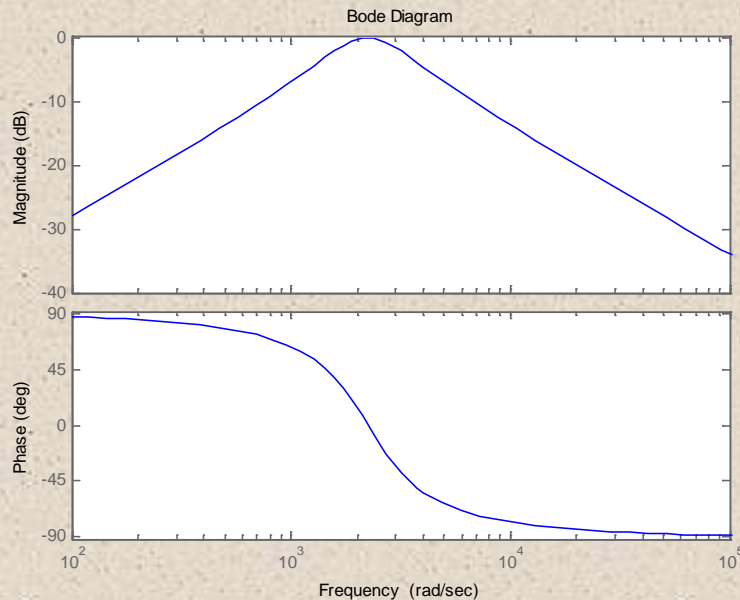
```
>> num=[R*C 0];
```

```
>> den=[L*C R*C 1];
```

```
>> Hs=tf(num,den)
```

% Realizo el diagrama de Bode

```
>> bode(Hs)
```



$$H(s) = \frac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1}$$

$$\begin{aligned} |H(j\omega)|_{dB} &= 20\log \left(\frac{RC\omega}{\sqrt{(1-LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2}} \right) = \\ &= 20 \left[\log(RC\omega) - \log \left(\sqrt{(1-LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Aproximació asimptòtica

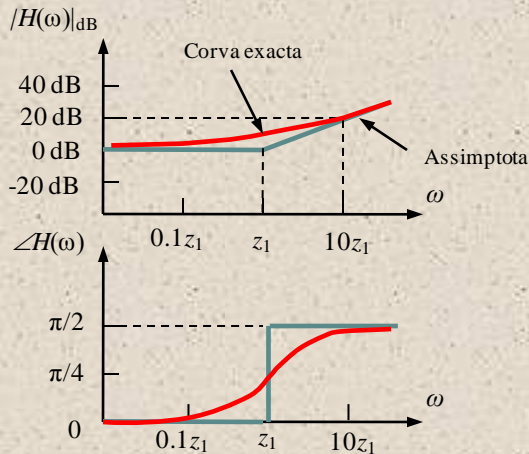
- Permet realitzar una estimació **ràpida** de la resposta freqüencial aproximada
- Per això, s'utilitza la versió de $H(s)$ amb factors...

$$H(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{p_1 p_2 \dots p_n (s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{z_1 z_2 \dots z_m (s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)} = \frac{(s/z_1 + 1)(s/z_2 + 1) \dots (s/z_m + 1)}{(s/p_1 + 1)(s/p_2 + 1) \dots (s/p_n + 1)} \begin{matrix} \text{zeros} \\ \text{pols} \end{matrix}$$

- Llavors, per determinar la resposta es considera que...
 - 1) ... cada zero (del numerador) introdueix un pendent de **+20db/dècada** a $|H(j\omega)|$ i un desfasament **$+\pi/2$** a $\angle H(j\omega)$
 - 2) ... cada pol (del denominador) introdueix un pendent de **-20db/dècada** a $|H(j\omega)|$ i un desfasament **$-\pi/2$** a $\angle H(j\omega)$

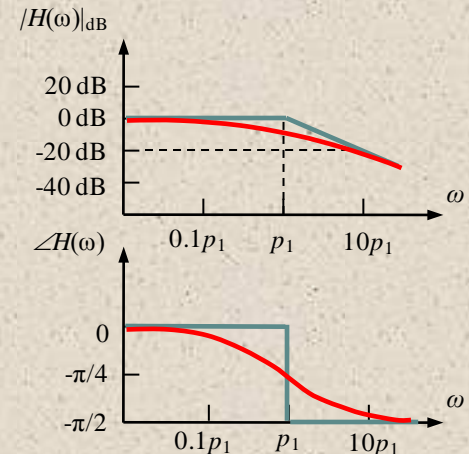
1) zeros

$$\frac{s + z_1}{z_1}$$



2) pols

$$\frac{p_1}{s + p_1}$$

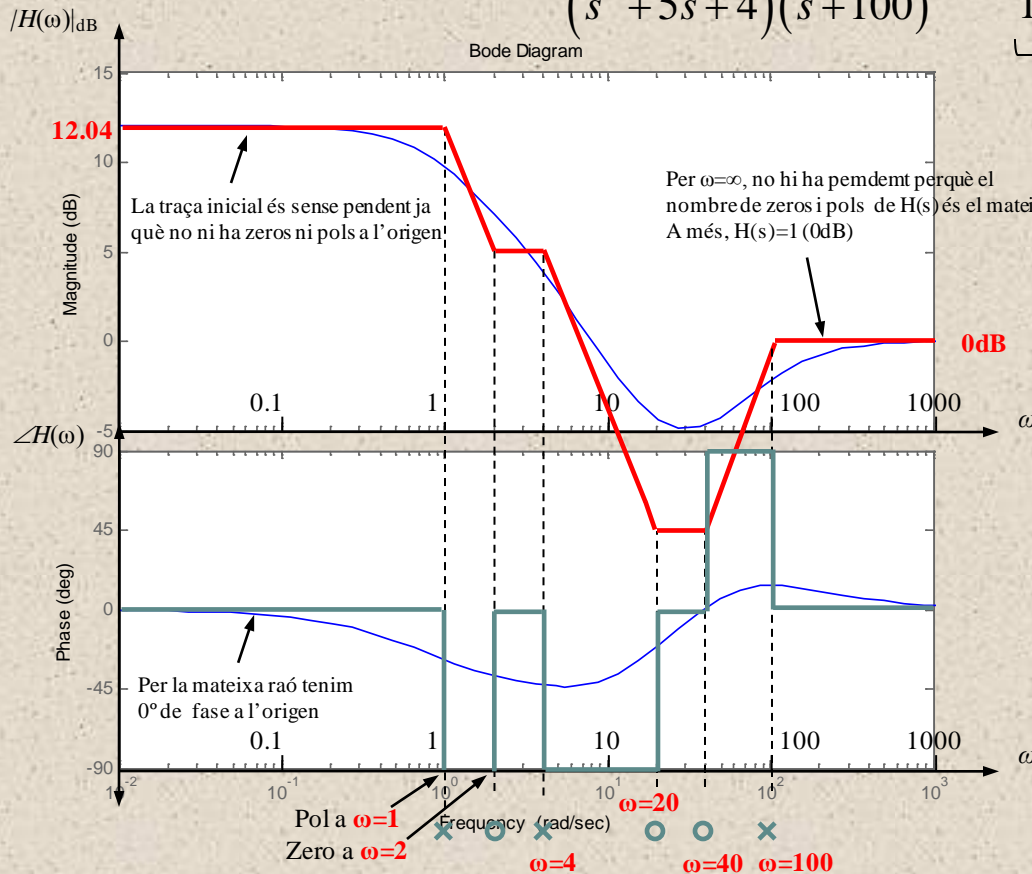


Exemple:

- Determineu el diagrama de Bode aproximat del següent sistema

$$H(s) = \frac{(s+2)(s+20)(s+40)}{(s^2+5s+4)(s+100)} = \underbrace{\frac{2 \times 20 \times 40}{1 \times 4 \times 100}}_{4} \frac{(s/2+1)(s/20+1)(s/40+1)}{(s/1+1)(s/4+1)(s/100+1)}$$

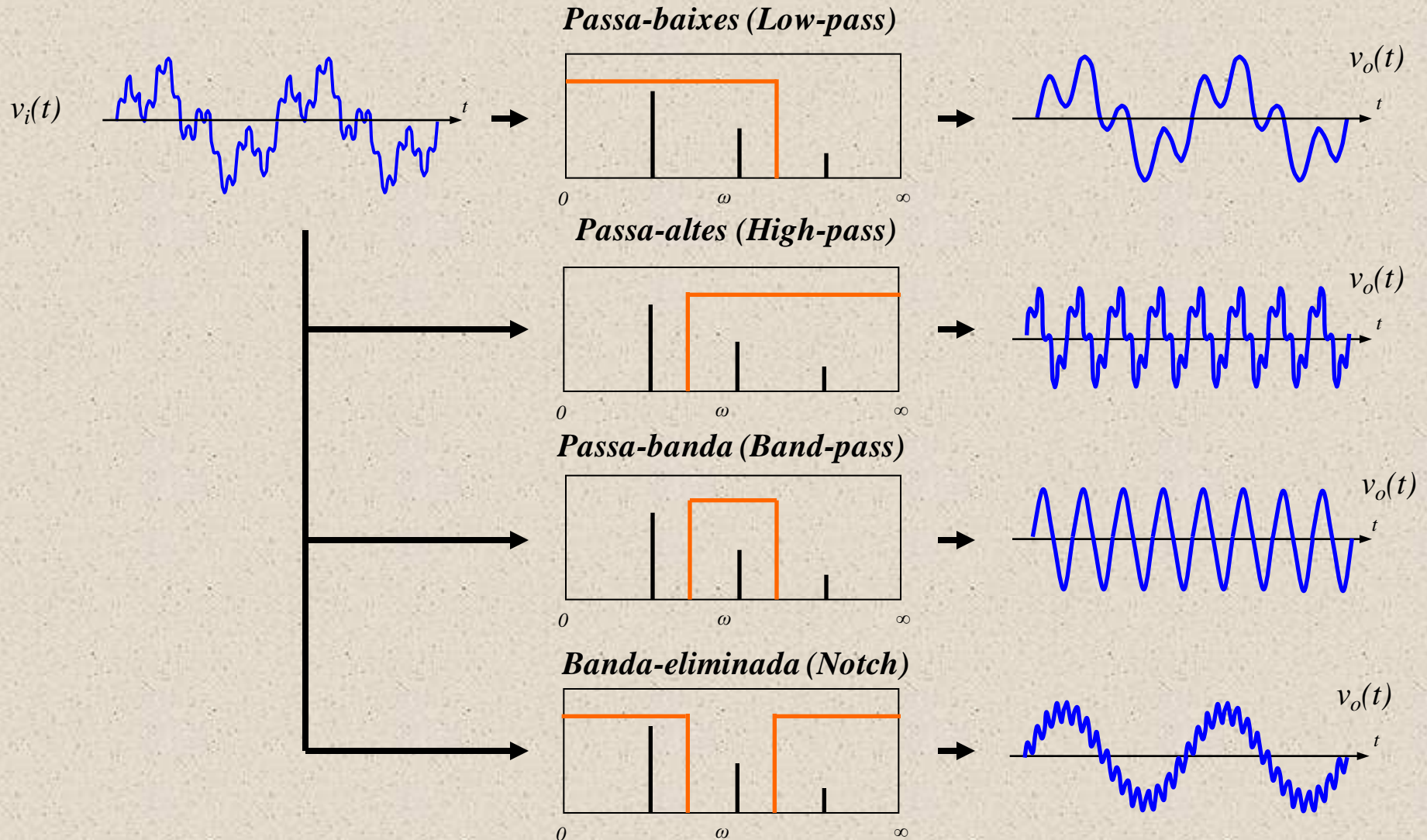
$4 \rightarrow 20\log(4) = 12.04\text{dB} \rightarrow \text{Valor de } |H(j\omega)| \text{ per } s=0$



Codi MATLAB

```
% Defineixo H(s) en tres blocs
>> sys1=tf([1 2],[1 5 4]);
>> sys2=tf([1 20],[1 00]);
>> sys3=tf([1 40,1]);
% Els connecto en sèrie per obtenir H(s)
>> Hs1=series(sys1,sys2);
>> Hs=series(Hs1,sys3)
% Calculo el Bode
>> bode(Hs);
```

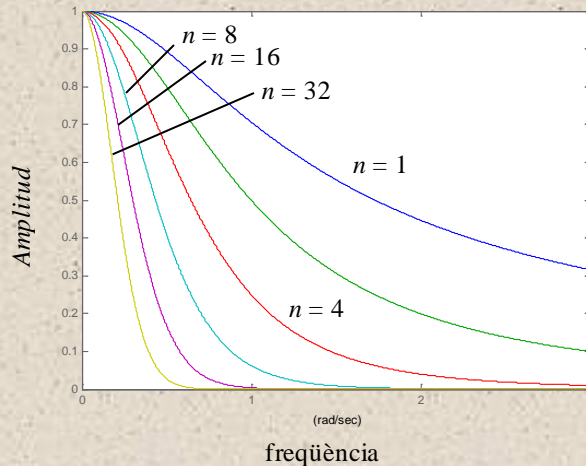
Aplicació de la resposta freqüencial: Filtres



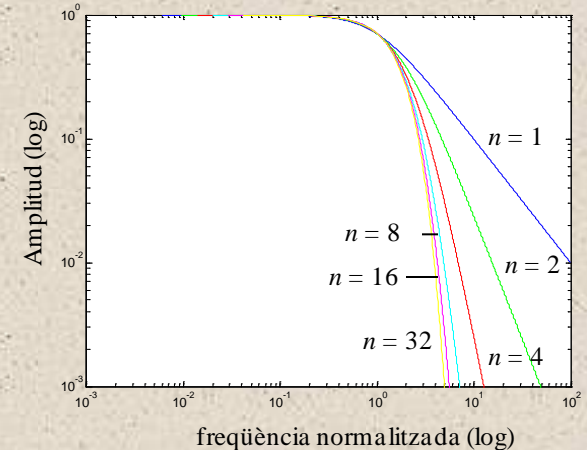
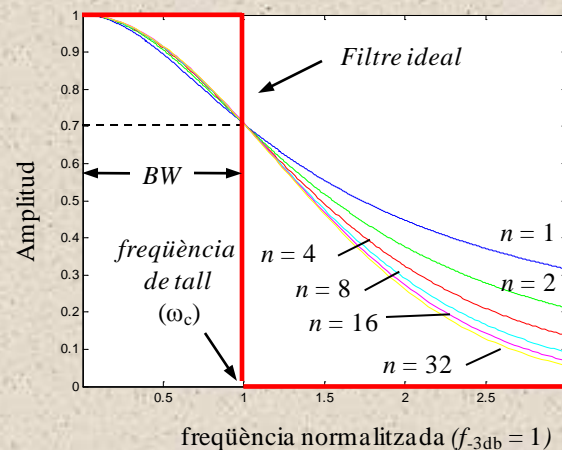
Especificacions bàsiques

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^n} \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{(\sqrt{\omega^2 + 1})^n}$$

Representació lineal



Representacions normalitzades a -3dB



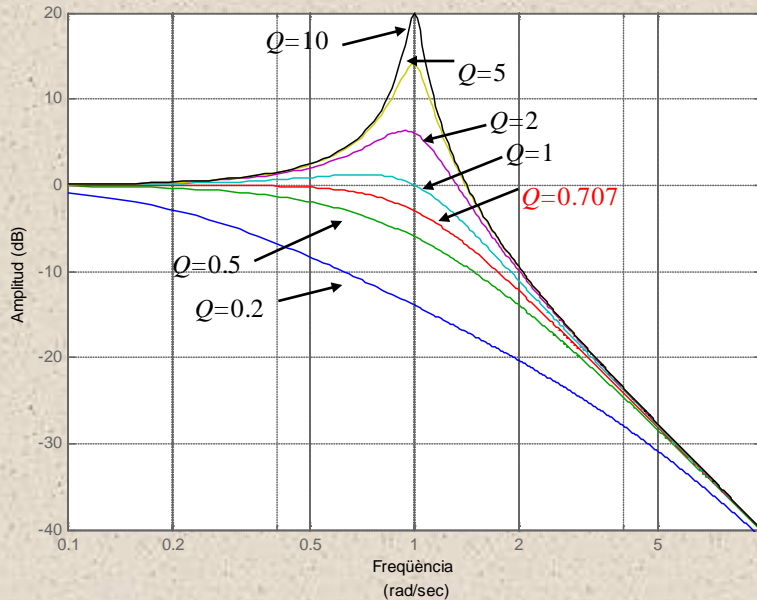
- Idealment amb guany unitari (**0dB**) a la zona on no es desitja atenuar les components harmòniques (BW. *Bandwidth*) i nul a la resta.
- A la pràctica, però, aquest rang ve delimitat per la zona on les components són superiors a -3dB ($|H(j\omega)| \geq 1/\sqrt{2}$).
- La freqüència de tall (*cut-off*), ω_c estableix el límit de la banda-de-pas

Funcions estàndar dels filtres de 2on. ordre

- **Low-pass:** $H_{LP}(s) = H_{0LP} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$ $H_{LP}(j\omega) = H_{0LP} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + (j\omega/\omega_n)/Q}$
 - **High-pass:** $H_{HP}(s) = H_{0HP} \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$ $H_{HP}(j\omega) = H_{0HP} \frac{-(\omega/\omega_n)^2}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + (j\omega/\omega_n)/Q}$
 - **Band-pass:** $H_{BP}(s) = H_{0BP} \frac{2\xi\omega_n \cdot s}{s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$ $H_{BP}(j\omega) = H_{0BP} \frac{(j\omega/\omega_n)/Q}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + (j\omega/\omega_n)/Q}$
 - **Notch response:** $H_N(s) = H_{0N} \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$ $H_N(j\omega) = H_{0N} \frac{1 - (\omega/\omega_n)^2}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + (j\omega/\omega_n)/Q}$
 - **All-pass:** $H_{AP}(s) = H_{0AP} \frac{s^2 - 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$ $H_{AP}(j\omega) = H_{0AP} \frac{1 - (\omega/\omega_n)^2 - (j\omega/\omega_n)/Q}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + (j\omega/\omega_n)/Q}$
- H_{0x} denota guany a la banda-de-pas (en general $H_{0x} = 1$)
 - $Q=1/2\xi$ és el factor de qualitat i indica quan de “selectiu” és el filtre

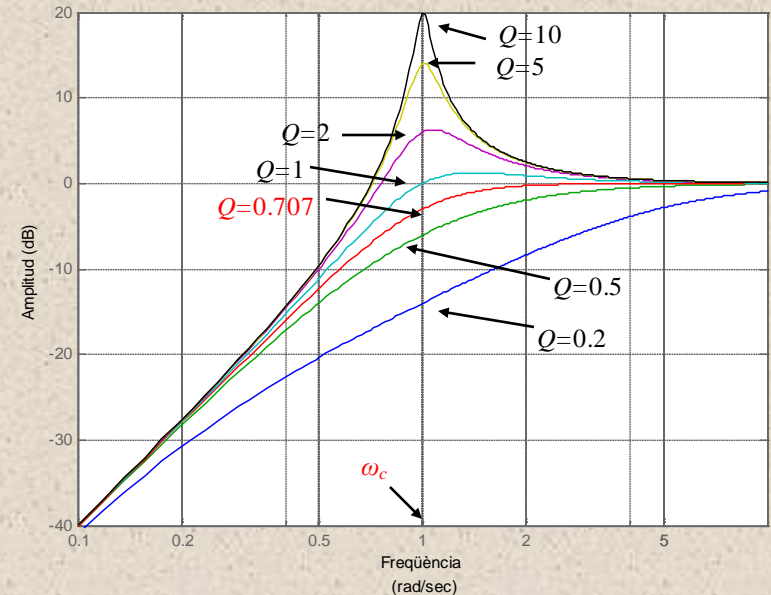
Respostes freqüencials de 2on. ordre

• Low-pass



• High-pass

$$H_0 = 1, \\ \omega_0 = 1$$



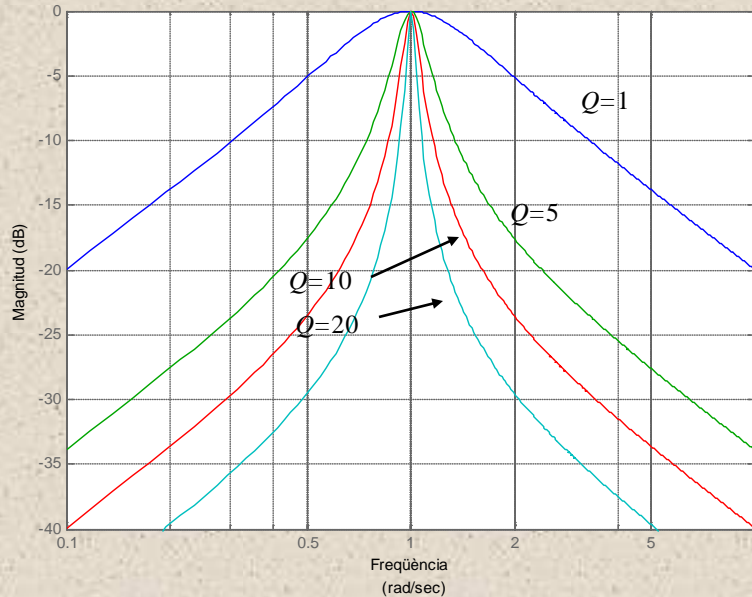
- Resposta plana (o amb esmorteïment) amb $Q_{max} \leq 0.707$ ($0.707 \geq \zeta \geq \infty$).
- En el cas que $Q = 0.707$, $\omega_n = \omega_c$ és la **freqüència de tall** i $|H_{LP}| = -3\text{dB}$
- Quan no hi ha esmorteïment ($Q > 0.707$ o bé $0 < \zeta \leq 0.707$) sovint, es diu que el filtre entre en ressonància ($H_{LP} > 1$). Llavors es compleix que:

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 1/2Q^2}$$

$$|H_{LP\max, HP\max}| = \frac{Q}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}}$$

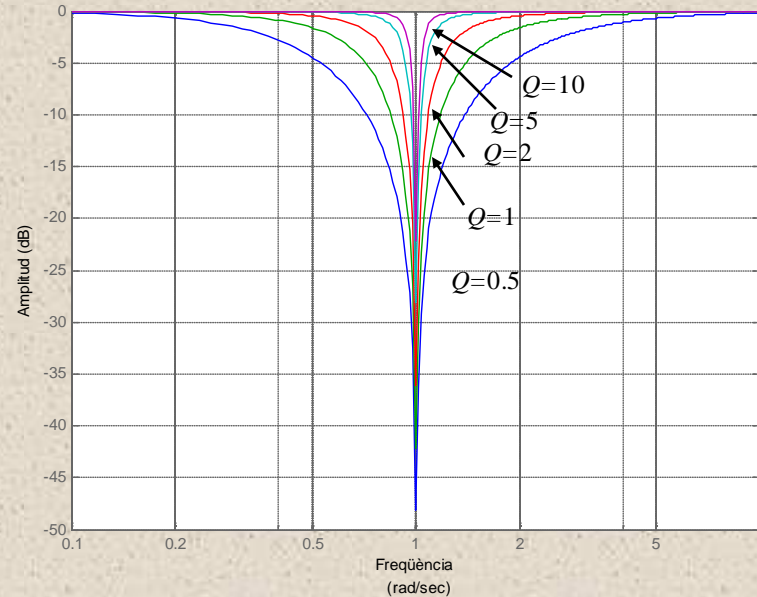
Respostes freqüencials de 2on. ordre (i II)

- Band-pass**



- Notch Response**

$$H_0 = 1, \quad \omega_0 = 1$$



- Selectivitat freqüencial dels filtres. Expressions importants:

$$\omega_L = \omega_n \left(\sqrt{1 + 1/4Q^2} - 1/2Q \right)$$

$$\omega_H = \omega_n \left(\sqrt{1 + 1/4Q^2} + 1/2Q \right)$$

$$\omega_n = \sqrt{\omega_L \omega_H}$$

$$BW = \omega_H - \omega_L \quad Q = \frac{\omega_n}{BW} = \frac{\omega_n}{\omega_H - \omega_L}$$

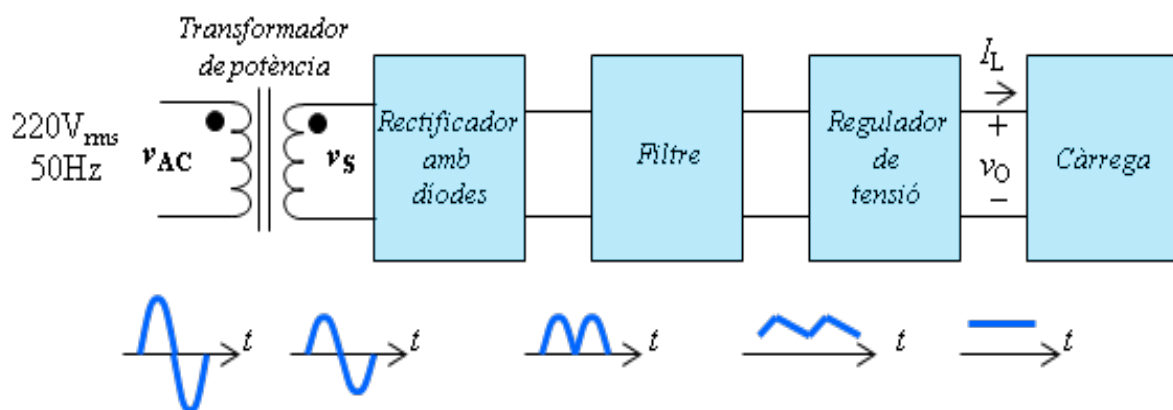
Conclusions

- Hem caracteritzat la resposta de sistemes LTI a una entrada **esgraó** i **sinusoidal** mitjançant la funció de transferència.
- **No ha calgut** utilitzar l'antitransformada de Laplace per saber la resposta temporal ni freqüencial.
- La relació del domini temporal i freqüencial és **indirecta**.
- El **diagrama de Bode** permet determinar el comportament (en guany i fase) en un rang ampli de freqüències.
- El **mètode asimptòtic**, a més, permet una estimació molt ràpida i senzilla d'aquest comportament, **sense necessitat d'usar software**.
- La resposta freqüencial s'aplica majoritàriament al disseny de **sistemes electrònics de control** i **filtres de senyal analògica**.

Fonts d'Alimentació

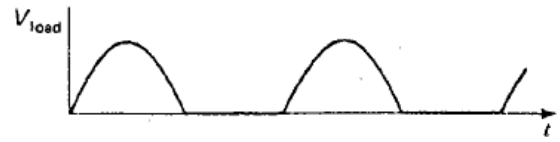
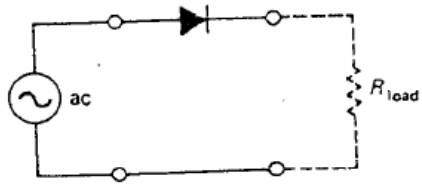
0.1 Especificacions de la font d'alimentació i classificació

0.2 Blocs de la font

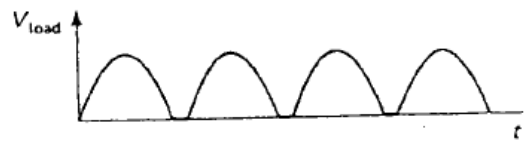
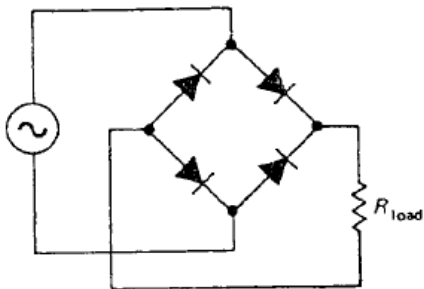


1 Rectificadors

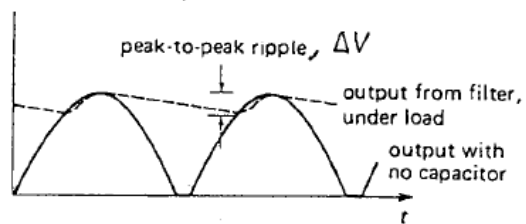
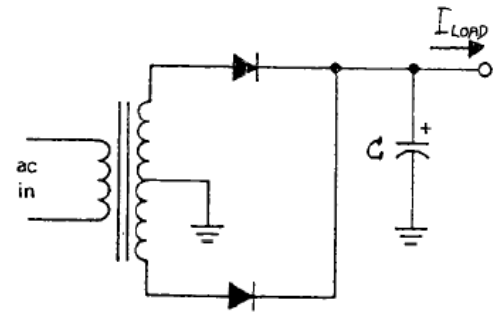
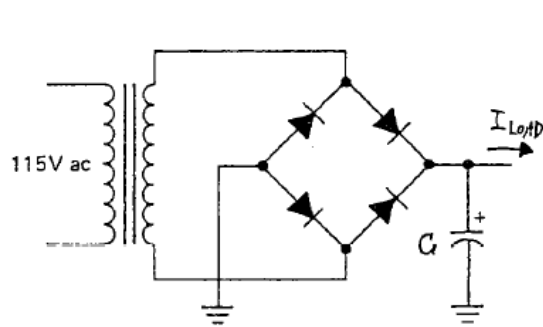
1.1 Mitja ona



1.2 Ona completa



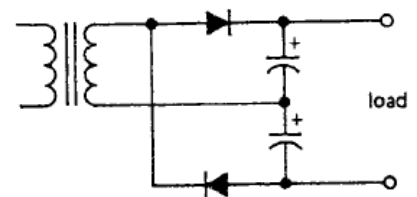
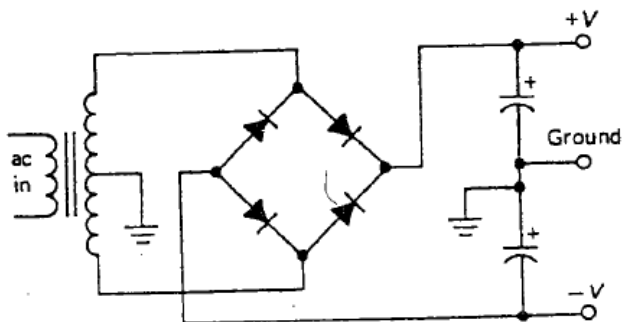
1.3 Filtre de tensió



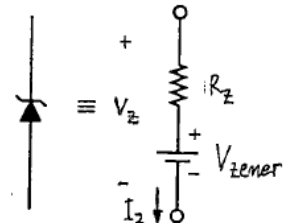
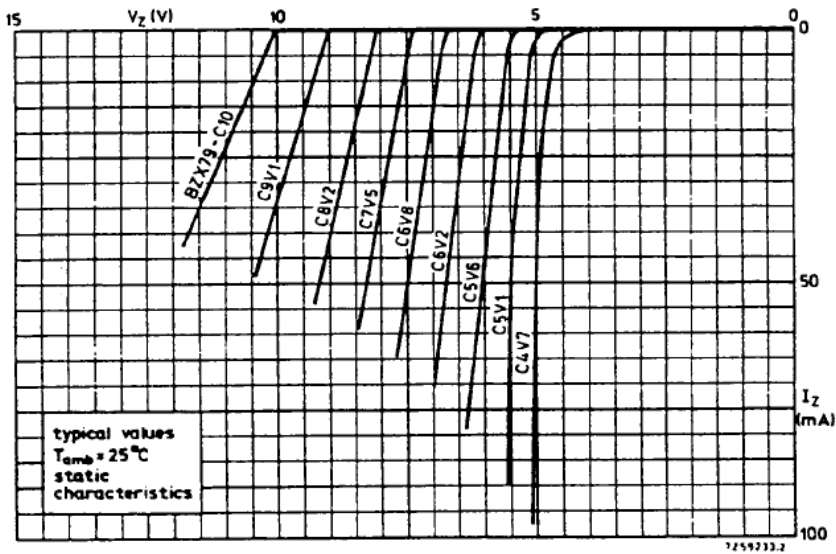
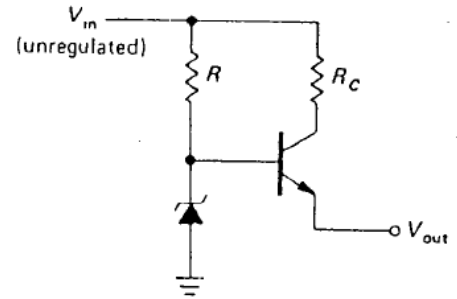
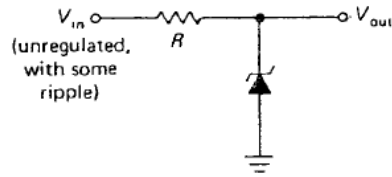
$$RMO: \Delta V = I_{load} / fC$$

$$ROC: \Delta V = I_{load} / 2fC$$

1.4 Altres circuits de rectificació



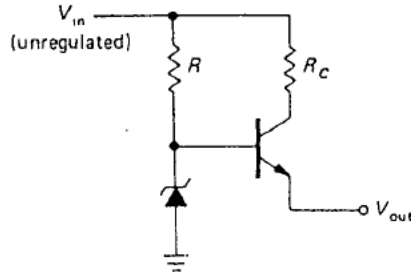
1.5 Estabilitzador de tensió



Estabilitzador 1 (sin BJT):
$$V_{out} = \frac{R}{R + R_z} \cdot V_{zener} + \frac{R_z}{R + R_z} \cdot V_{in} - \frac{R \cdot R_z}{R + R_z} \cdot I_{load}$$

Estabilitzador 2 (con BJT):
$$V_{out} = \frac{R}{R + R_z} \cdot V_{zener} - V_{BE\gamma} + \frac{R_z}{R + R_z} \cdot V_{in} - \frac{R \cdot R_z}{R + R_z} \cdot \frac{I_{load}}{h_{FE}}$$

1.5.1 Exemple numèric



$$V_{in} = 17 \pm 1 \text{ V}, \quad R = 200\Omega, \quad R_C = 200\Omega$$

$$5\text{mA} \leq I_{load} \leq 30\text{mA}, \quad \text{zener: BZX79-C6V2}$$

$$\text{BJT: } V_{BE\gamma} = 0.6\text{V}, \quad V_{CEsat} = 0.2\text{V}, \quad h_{FE} = 100$$

Para el correcto funcionamiento del estabilizador de tensión, el transistor debe estar polarizado en región activa y el diodo zener en ruptura.

1)

$$V_{in} = R \cdot (I_z + I_B) + V_z$$

$$V_z = R_z \cdot I_z + V_{zener} \quad \Rightarrow \quad I_z = \frac{V_{in} - V_{zener}}{R + R_z} - \frac{R}{R + R_z} \cdot \frac{I_{load}}{h_{FE}}$$

$$I_B = I_C / h_{FE} = I_{load} / h_{FE}$$

2)

$$I_{z,max} = \frac{V_{in,max} - V_{zener}}{R + R_z} - \frac{R}{R + R_z} \cdot \frac{I_{load,min}}{h_{FE}}$$

$$I_{z,min} = \frac{V_{in,min} - V_{zener}}{R + R_z} - \frac{R}{R + R_z} \cdot \frac{I_{load,max}}{h_{FE}}$$

3)

$$V_{out} = V_z - V_{BE\gamma}$$

$$V_{CE} = V_{in} - R_C \cdot I_C - V_{out}$$

Valor	I_z (mA)	V_z (V)	I_B (μ A)	V_{CE} (V)	V_{out} (V)
máximo	55.76	6.84	300	10.76	6.24
mínimo	46.07	6.73	50	3.87	6.13

1.6 Característiques elèctriques importants dels díodes

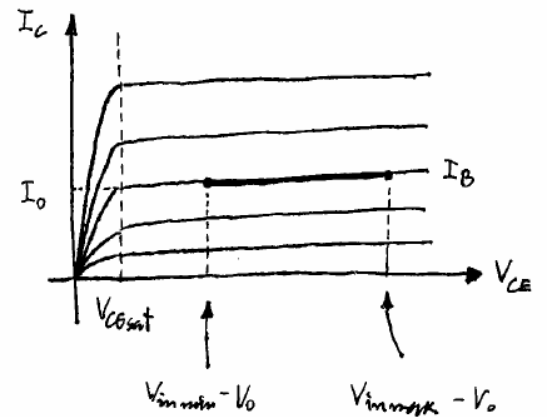
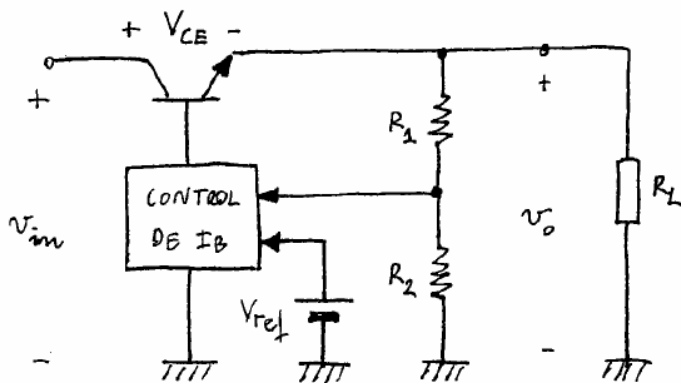
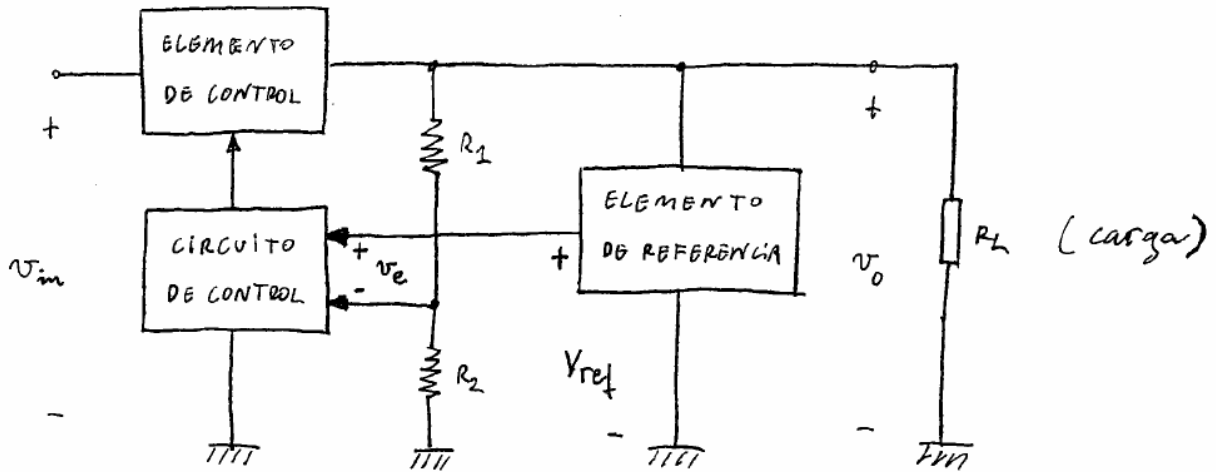
TABLE 1.1. DIODES

Type	$V_{R(max)}^a$ (V)	$I_{R(max)}^b$ (μA)	Continuous		Peak		Reverse recovery (ns)	Capacitance (10V) (pF)	Class	Comments
			V_F (V)	@ I_F (mA)	V_F (V)	@ I_F (A)				
PAD-1	45	1pA@20V	0.8	5	—	—	—	0.8	lowest I_R	Siliconix
FJT1100	30	0.001	—	—	1.1	0.05	—	1.2	very low I_R	1pA@5V, 10pA@15V
ID101	30	10pA@10V	0.8	1	1.1	0.03	—	0.8	very low I_R	Intersil; dual
1N3595	150	3	0.7	10	<1.0	0.2	3000	8.0	low I_R	1nA@125V
1N914	75	5	0.75	10	1.1	0.1	4	1.3	gen purp sig diode	indus std; same as 1N4148
1N6263	60	10	0.4	1	0.7	0.01	0	1.0	Schottky; low V_F	
1N3062	75	50	<1.0	20 ^b	—	—	2	0.6	low cap, sig diode	1pF at 0 volts
1N4305	75	50	0.6	1	—	—	4	1.5	controlled V_F	
1N4002	100	50	0.9	1000	2.3	25	3500	15	1-amp rect	indus std; 7-member fam
1N4007	1000	50	0.9	1000	2.3	25	5000	10		
1N5819	40	10000	0.4	1000	1.1	20	—	50	pwr Schottky	lead mounted
1N5822	40	20000	0.45	3000	1.3	50	—	180	pwr Schottky	lead mounted
1N5625	400	50	1.1	5000	2.0	50	2500	45	5-amp rect	lead mounted
1N1183A	50	1000	1.1	40000	1.3	100	—	—	high curr rect	1N1183RA reverse

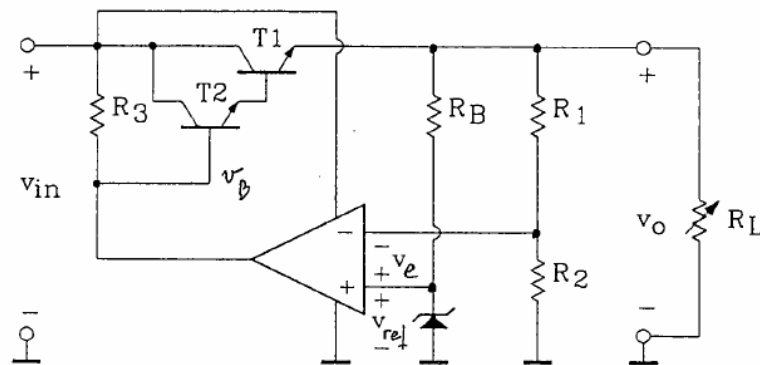
(a) $V_{R(max)}$ is repetitive peak reverse voltage, 25°C, 10 μA leakage. (b) $I_{R(max)}$ is reverse leakage current at V_R and 100°C ambient temperature.

2.1 Regulador amb Operacional i BJT

Objetivo del regulador: Mantener v_o constante frente a las posibles variaciones que aparezcan en v_{in} y R_L .



2.2 Circuit bàsic del regulador



* Componentes del regulador

Elemento de control: par Darlington (opera en región activa)

Elemento de referencia: diodo zener (polarización mediante R_B)

Circuito de control: AO operando en zona lineal ($v_e \approx 0$)

* Regulación (realimentación negativa)

$$\begin{cases} v_o \uparrow \Rightarrow v_e \downarrow \Rightarrow v_B \downarrow \Rightarrow i_C \downarrow \Rightarrow v_{CE} \uparrow \Rightarrow v_o \downarrow \\ v_o \downarrow \Rightarrow v_e \uparrow \Rightarrow v_B \uparrow \Rightarrow i_C \uparrow \Rightarrow v_{CE} \downarrow \Rightarrow v_o \uparrow \end{cases}$$

* Rendimiento

$$P_{in} = P_{R3} + P_{T2} + P_{T1} + P_{AO} + P_{RB} + P_2 + P_{R1} + P_{R2} + P_o$$

El circuito de control y el elemento de referencia manejan bajos niveles de potencia. Además para evitar efectos de carga holgada se diseña la red de muestreo de forma que $R_1, R_2 \gg R_L$:

$$\eta = \frac{P_o}{P_{in}} \approx \frac{P_o}{P_{T1} + P_o} = \frac{V_o \cdot I_o}{(V_{in} - V_o) \cdot I_o + V_o \cdot I_o} = \frac{V_o}{V_{in}}$$

* Ejemplo : $R_1 = 44 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 56 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 650 \Omega$, $R_D = 440 \Omega$, $V_Z = 5,6 \text{ V}$

$$14 \text{ V} \leq V_{in} \leq 20 \text{ V}, R_L = 10 \Omega, V_{BE} = 0,7 \text{ V}, h_{FE1} = 20, h_{FE2} = 50$$

1) Tensión nominal de salida

AO en región lineal : $V_E \approx 0 \Rightarrow V_Z = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_O \rightarrow V_O = 10 \text{ V}$

2) Efectos de cargabilidad ($I_{R1}, I_{R2}, I_{R3} \ll I_O$)

$$I_O = \frac{V_O}{R_L} = 1 \text{ A}, I_{R1} = \frac{V_O - V_Z}{R_1} = 0,1 \text{ mA}, I_{R2} = \frac{V_O - V_Z}{R_2} = 10 \text{ mA}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{in} - (2V_{BE} + V_O)}{R_3}, I_{R3 \text{ max}} = 13,23 \text{ mA}, I_{R3 \text{ min}} = 4 \text{ mA}$$

3) Polarización del par Darlington

$$I_{C1} = 1 \text{ A}, I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE1}} = 50 \text{ mA}, V_{CE1} = V_{in} - V_O = \begin{cases} 10 \text{ V}, & \text{max} \\ 4 \text{ V}, & \text{min} \end{cases}$$

$$I_{C2} = I_{B1} = 50 \text{ mA}, I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE2}} = 1 \text{ mA}, V_{CE2} = V_{CE1} - V_{BE1} = \begin{cases} 9,3 \text{ V}, & \text{max} \\ 3,3 \text{ V}, & \text{min} \end{cases}$$

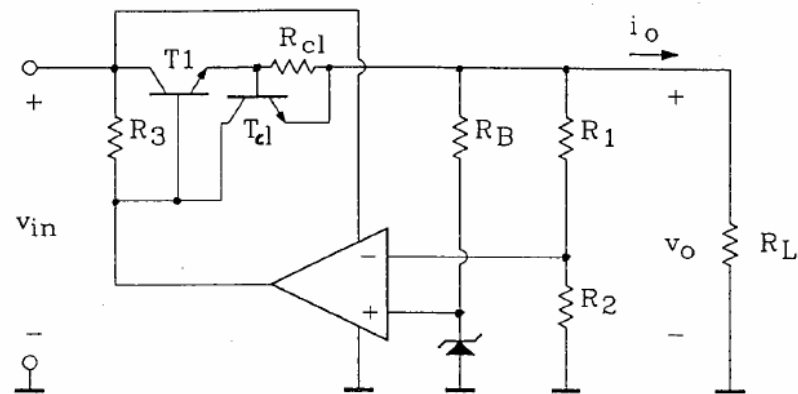
4) Rendimiento

$$P_{T1} = V_{CE1} \cdot I_O = \begin{cases} 10 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} = 10 \text{ W}, & \text{max} \\ 4 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} = 4 \text{ W}, & \text{min} \end{cases}, P_O = V_O \cdot I_O = 10 \text{ W}$$

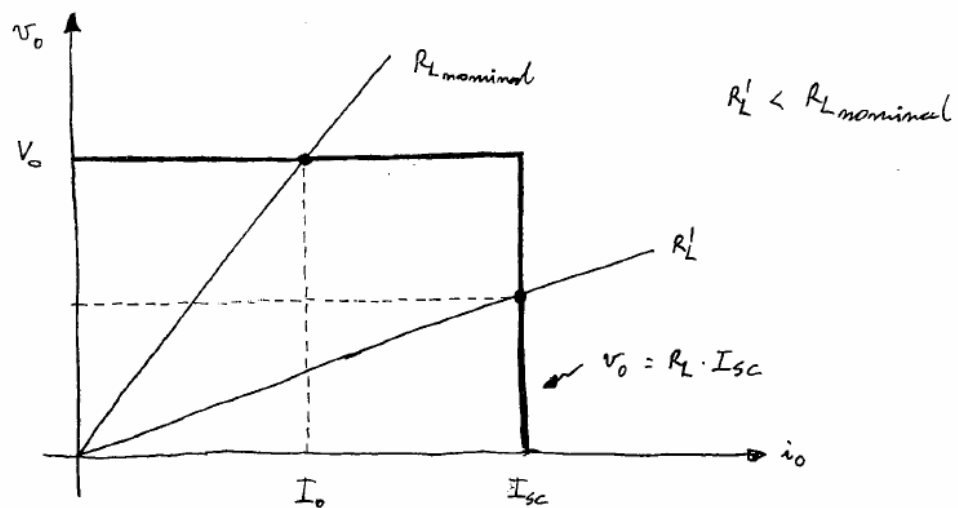
$$\eta = \frac{P_O}{P_{in}} \approx \frac{P_O}{P_{T1} + P_O} = \begin{cases} 71\%, & V_{in} = 14 \text{ V} \Leftrightarrow P_{T1 \text{ min}} \\ 50\%, & V_{in} = 20 \text{ V} \Leftrightarrow P_{T1 \text{ max}} \end{cases}$$

2.3 Proteccions

2.3.1 Limitació de corrent constant



Red de limitación de la corriente i_o : R_{cl} , T_{cl}



$0 \leq i_o < I_{sc}$: regulación (fuente de tensión) $\Rightarrow T_{cl}$ off

$i_o = I_{sc}$: limitación (fuente de corriente) $\Rightarrow T_{cl}$ on

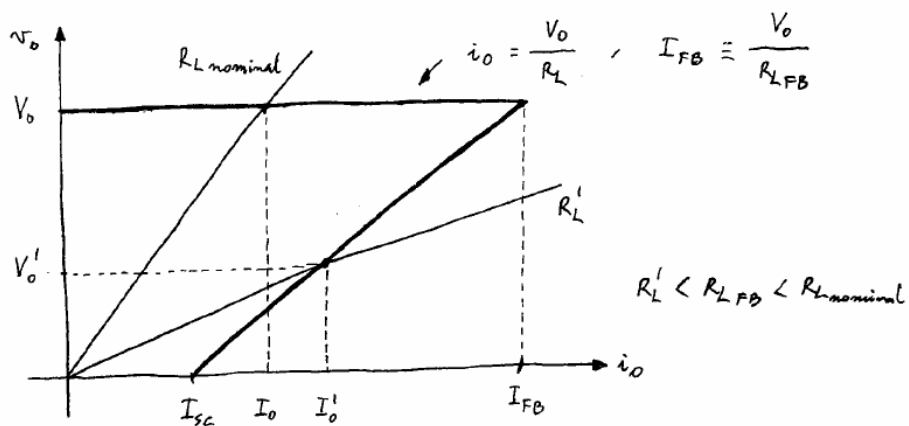
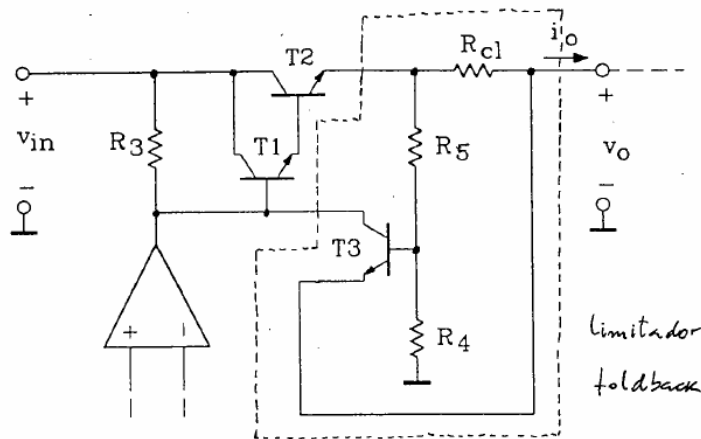
* Diseño de R_{cl}

Ejemplo: $V_{BEon} = 0,7V$, $I_{sc} = 2A$

$$R_{cl} = \frac{V_{BEon}}{I_{sc}}$$

$$R_{cl} = \frac{0,7V}{2A} = 0,35 \Omega$$

2.3.2 Protecció Foldback



* Despreciando la corriente de base de T3 y considerando $I_{E3} \ll i_o$:

$$V_{BE3} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} \cdot R_{cl} \cdot i_o - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \cdot v_o$$

* $R_L \geq R_{LFB}$: regulaci3n (fuente de tensi3n) \Rightarrow T3 off

$$v_o = V_o, \quad i_o = \frac{V_o}{R_L}, \quad V_{BE3} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} R_{cl} \cdot i_o - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \cdot V_o < V_{BE3on} = 0,7V$$

* $R_L < R_{LFB}$: limitaci3n foldback \Rightarrow T3 on

$$i_o = \frac{v_o}{R_L}, \quad v_o = \frac{R_4 R_{cl}}{R_5} \cdot i_o - \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) \cdot V_{BE3on}, \quad V_{BE3} = V_{BE3on} = 0,7V$$

* Diseño de R_{cl} , R_4 y R_5

$$\text{pto } Q_{FB} = (V_o, I_{FB}) : \quad V_{BE3on} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} R_{cl} I_{FB} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \cdot V_o$$

$$\text{pto } Q_{sc} = (0, I_{sc}) : \quad V_{BE3on} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} R_{cl} I_{sc} - \frac{R_5}{R_4 + R_5} \cdot 0V$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{cl} = \frac{V_o}{I_{sc} \cdot \left(1 + \frac{V_o}{V_{BE3on}}\right) - I_{FB}} , \quad \frac{R_5}{R_4} = \frac{R_{cl} \cdot I_{sc}}{V_{BE3on}} - 1}$$

* Ejemplo: $V_o = 10V$, $I_o = 1A$, $I_{FB} = 2A$, $I_{sc} = 0,5A$

1) Diseño de R_{cl} , R_4 y R_5

$$R_{cl} = 1,77\Omega , \quad R_5 / R_4 = 0,264. \text{ Se elige } R_4 = 38k\Omega \text{ y } R_5 = 10k\Omega$$

2) (v_o, i_o) si $R_L = 20\Omega$

$$R_L > R_{LFB} = 10V / 2A = 5\Omega \quad \Rightarrow \quad v_o = 10V , \quad i_o = \frac{10V}{20\Omega} = 0,5A$$

3) (v_o, i_o) si $R_L = 2,5\Omega$

$$* \text{ sin limitador : } v_o = 10V , \quad i_o = \frac{10V}{2,5\Omega} = 4A > I_{FB} \text{ (} I_{o\max} \text{)}$$

* con limitador :

$$v_o = 2,5\Omega \cdot i_o$$

$$v_o = 6,726\Omega \cdot i_o = 3,36V$$



$$v_o = 2V < V_o$$

$$i_o = 0,8A < I_{FB}$$

2.4 Reguladors integrats

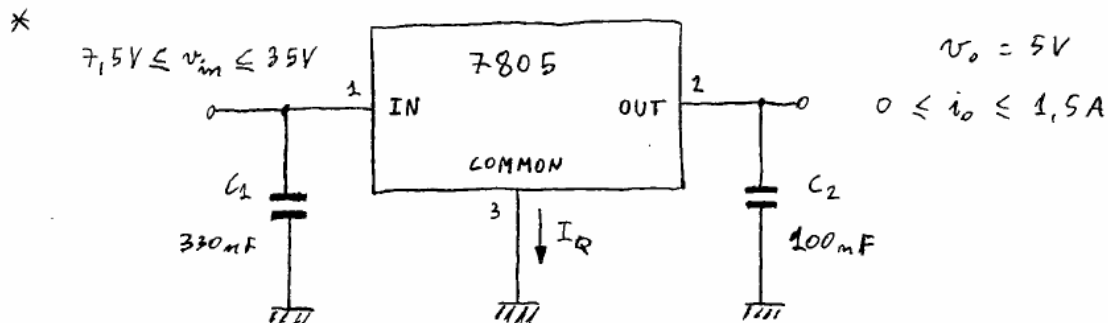
2.4.1 Tensió fixa

- * serie $\mu A 78xx$ → tensions de salida positives
- serie $\mu A 79xx$ → tensions de salida negatives

xx → 05, 06, 08, 85, 12, 15, 24 : tensions de salida disponibles

Ejemplos : $\mu A 7805$ → puertan lógicas TTL

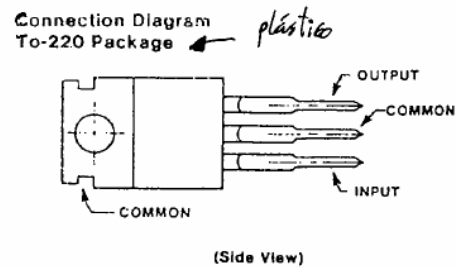
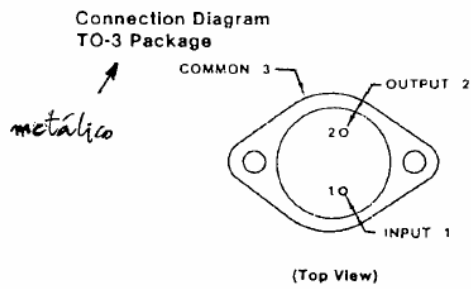
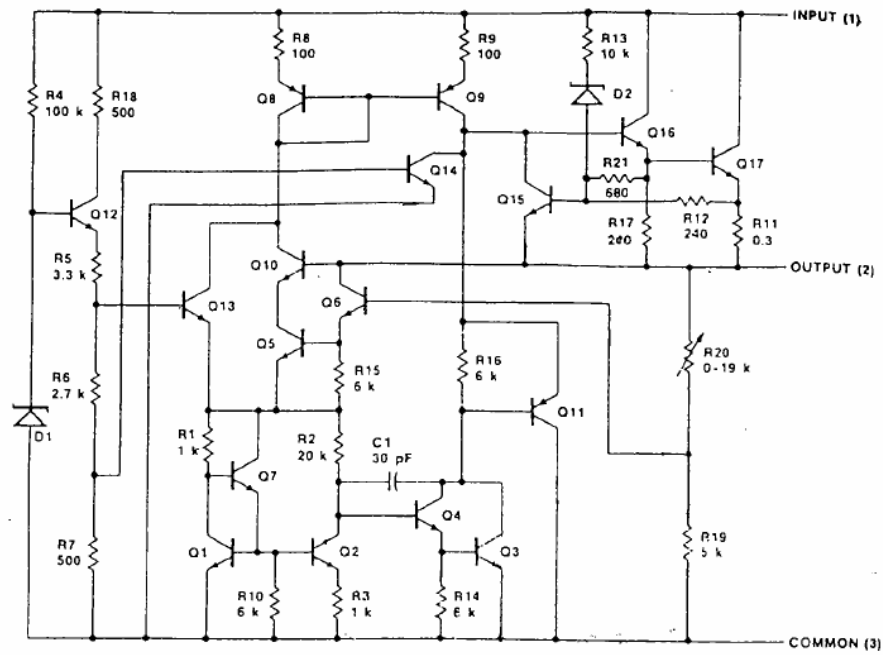
$\mu A 7815$, $\mu A 7915$ → AOS con alimentación simétrica



Absolute Maximum Ratings
 Input Voltage (5 V through 18 V) 35 V
 (24 V) 40 V
 Internal Power Dissipation Internally Limited
 Storage Temperature Range $-65^{\circ}C$ to $+150^{\circ}C$
 Operating Junction Temperature Range
 $\mu A 7800$ $-55^{\circ}C$ to $+150^{\circ}C$
 $\mu A 7800C$ $0^{\circ}C$ to $+125^{\circ}C$

$\mu A 7805C$
 Electrical Characteristics $V_{IN} = 10V$, $I_{OUT} = 500mA$, $0^{\circ}C \leq T_J \leq 125^{\circ}C$, $C_{IN} = 0.33\mu F$, $C_{OUT} = 0.1\mu F$,
 unless otherwise specified.

Characteristic	Condition (Note)	Min	Typ	Max	Unit
Output Voltage	$T_J = 25^{\circ}C$	4.8	5.0	5.2	V
Line Regulation	$T_J = 25^{\circ}C$ $7V \leq V_{IN} \leq 25V$		3	100	mV
	$8V \leq V_{IN} \leq 12V$		1	50	mV
Load Regulation	$T_J = 25^{\circ}C$ $5mA \leq I_{OUT} \leq 1.5A$		15	100	mV
	$250mA \leq I_{OUT} \leq 750mA$		5	50	mV
Output Voltage	$7V \leq V_{IN} \leq 20V$ $5mA \leq I_{OUT} \leq 1.0A$ $P \leq 15W$	4.75		5.25	V
Quiescent Current	$T_J = 25^{\circ}C$		4.2	8.0	mA
Quiescent Current Change	with line $7V \leq V_{IN} \leq 25V$			1.3	mA
	with load $5mA \leq I_{OUT} \leq 1.0A$			0.5	mA
Output Noise Voltage	$T_A = 25^{\circ}C$, $10Hz \leq f \leq 100kHz$		40		μV
Ripple Rejection	$f = 120Hz$, $8V \leq V_{IN} \leq 18V$	62	78		dB
Dropout Voltage	$I_{OUT} = 1.0A$, $T_J = 25^{\circ}C$		2.0		V
Output Resistance	$f = 1kHz$		17		m Ω
Short-Circuit Current	$T_J = 25^{\circ}C$, $V_{IN} = 35V$		750		mA
Peak Output Current	$T_J = 25^{\circ}C$		2.2		A
Average Temperature Coefficient of Output Voltage	$I_{OUT} = 5mA$, $0^{\circ}C \leq T_J \leq 125^{\circ}C$		1.1		mV/ $^{\circ}C$



* Q_1 a Q_{11} → referencia de tensión y amplificador de error

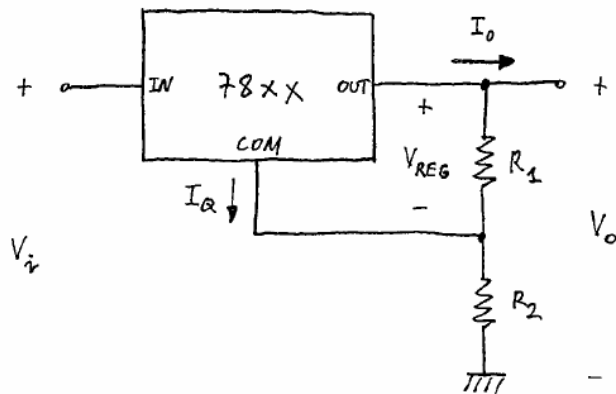
* R_{19} y R_{20} → red de muestreo

$$V_{ref} = 5V = \frac{R_{19}}{R_{19} + R_{20}} \cdot V_o \Rightarrow V_o = \left(1 + \frac{R_{20}}{R_{19}}\right) \cdot V_{ref} \quad \begin{cases} 7805 : R_{20} = 0 \\ 7815 : R_{20} = 10k\Omega \end{cases}$$

* Q_{16} y Q_{17} → par Darlington

* R_{21} , R_{22} y Q_{15} → limitador de corriente

2.4.2 Tensió de sortida ajustable

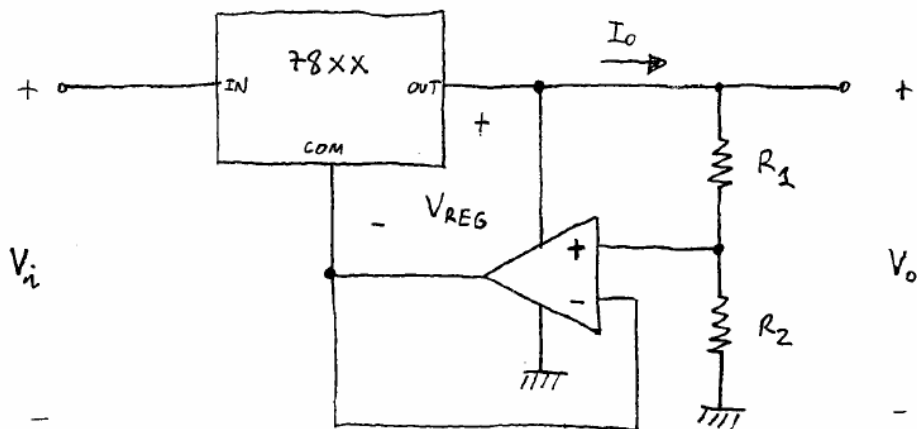


$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{REG} + R_2 \cdot I_Q$$

La corriente I_Q puede tener un efecto importante (y no deseado) sobre V_o .

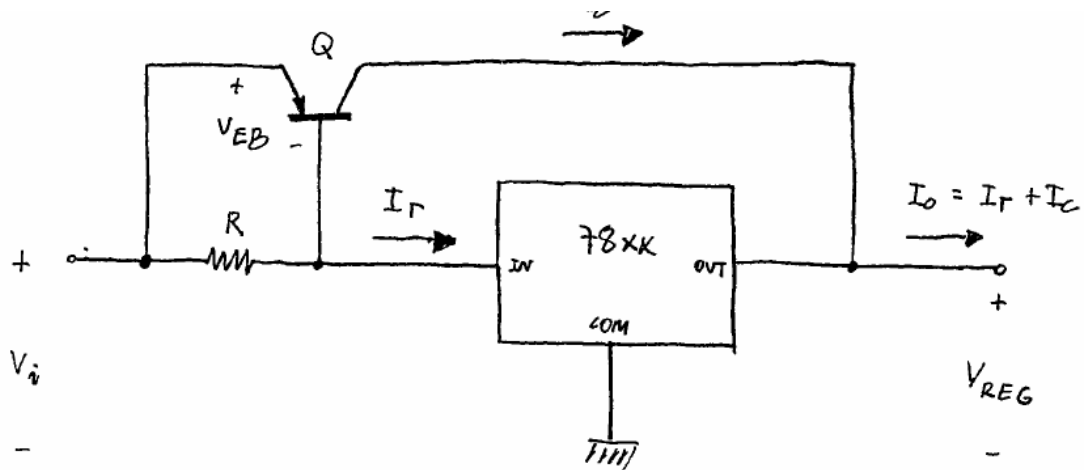
Aparte de ser poco predecible, es del orden de mA

(typ. 4.2 mA). Además, R_1 y R_2 suelen elegirse del orden de KΩ para no cargar al regulador.



$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{REG}$$

2.4.3 Augment de la capacitat de corrent

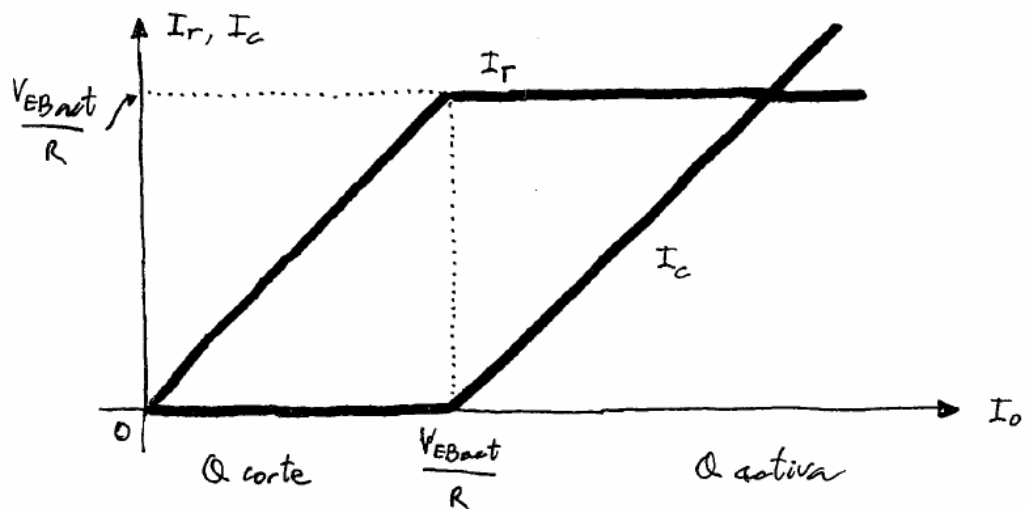


* Q corte : $I_c = 0$, $I_o = I_r$, carga alimentada por regulador

$$R \cdot I_r = R \cdot I_o < V_{EBact} \Rightarrow I_o < \frac{V_{EBact}}{R}$$

* Q activa : $I_c > 0$, $I_r = \frac{V_{EBact}}{R}$, $I_o = I_r + I_c$. El regulador trabaja a corriente constante y el transistor suministra el resto de la corriente solicitada por la carga.

$$I_c = I_o - I_r = I_o - \frac{V_{EBact}}{R} > 0 \Rightarrow I_o > \frac{V_{EBact}}{R}$$



2.5 Aspectes sobre el consum energètic i l'escalfament

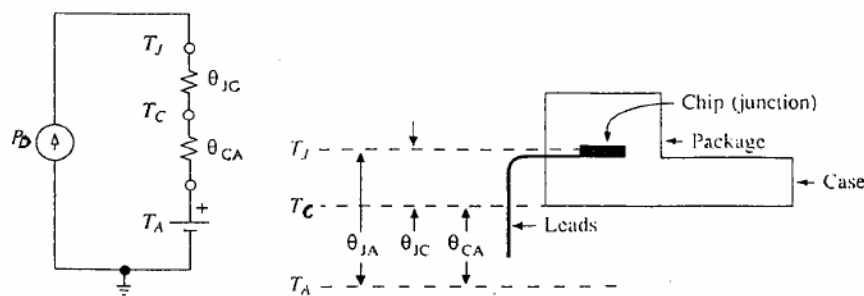
La potència dissipada P_D produeix un increment de la temperatura interna de la unió T_J , per encima de la temperatura ambiente T_A .

El calor generat pot produir danys irreversibles si T_J supera el valor màxim especificat per el fabricant.

$$T_J = T_A + \theta_{JA} \cdot P_D, \quad \theta_{JA} : \text{resistència tèrmica } (^{\circ}\text{C/W})$$

La resistència tèrmica representa el increment de subida de la temperatura interna per unitat de potència dissipada.

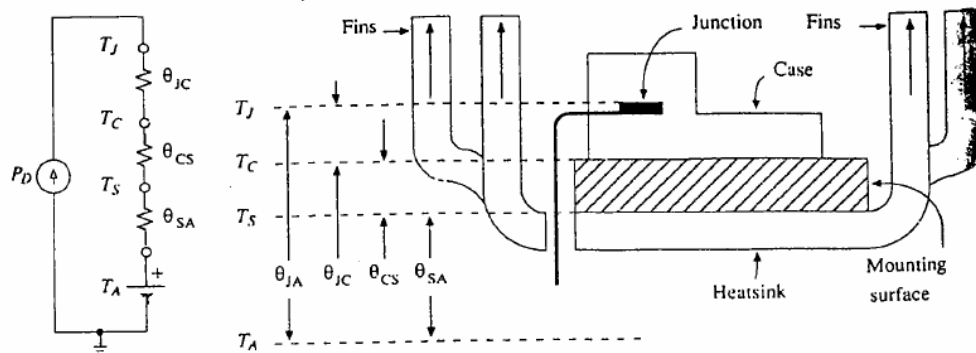
* Equivalent elèctric



Thermal resistances of the $\mu\text{A}7800$ and $\mu\text{A}7900$ voltage regulator series

Package	$\theta_{JC}(^{\circ}\text{C/W})$		$\theta_{JA}(^{\circ}\text{C/W})$	
	Typ	Max	Typ	Max
TO-3	3.5	5.5	40	45
TO-220	3.0	5.0	60	65

2.5.1 Disipadores de calor



Un disipador es una estructura metálica, normalmente con aletas ("fins"), que se atornilla al encapsulado para facilitar el flujo de calor al ambiente.

- * θ_{SA} : resistencia térmica del disipador. Valores típicos desde $30^{\circ}\text{C}/\text{W}$ para disipadores pequeños hasta $1^{\circ}\text{C}/\text{W}$ para los de gran tamaño.
- * θ_{CS} : resistencia térmica de la superficie de contacto entre el disipador y el encapsulado, usualmente una arandela de mica, fibra de vidrio u otros materiales aislantes. Valores típicos del orden de $1^{\circ}\text{C}/\text{W}$.
- * θ_{JC} : depende del material del encapsulado y de su tamaño. Su valor es independiente del uso o no de disipadores.

* Ejemplo : $\mu A7805$, TO-220, $v_{in} = 8V$, $T_A = 25^\circ C$

* sin disipador

$$P_{Dmax} = \frac{T_{Jmax} - T_A}{\theta_{JA}} = \frac{150^\circ C - 25^\circ C}{60^\circ C/W} = 2,08W$$

$$I_{Omax} = \frac{P_{Dmax}}{v_{in} - v_o} = \frac{2,08W}{8V - 5V} = 0,7A. \quad \text{Fabricante} \quad \begin{cases} I_{SL} = 0,75A \\ I_{FB} = 2,2A \end{cases}$$

* Con disipador ($\theta_{CS} = 1^\circ C/W$, $\theta_{SA} = 6^\circ C/W$)

$$P_{Dmax} = \frac{T_{Jmax} - T_A}{\theta_{JC} + \theta_{CS} + \theta_{SA}} = \frac{150^\circ C - 25^\circ C}{(3 + 1 + 6)^\circ C/W} = 12,5W$$

$$I_{Omax} = \frac{P_{Dmax}}{v_{in} - v_o} = \frac{12,5W}{8V - 5V} = 4,17A > I_{FB} \quad \begin{cases} \text{Disipador de} \\ \text{tamaño excesivo} \end{cases}$$

* Diseño del disipador

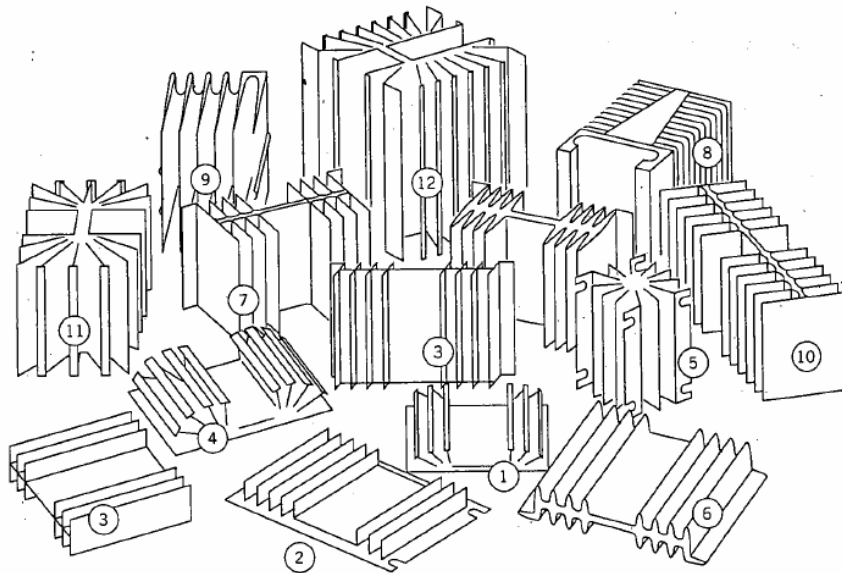
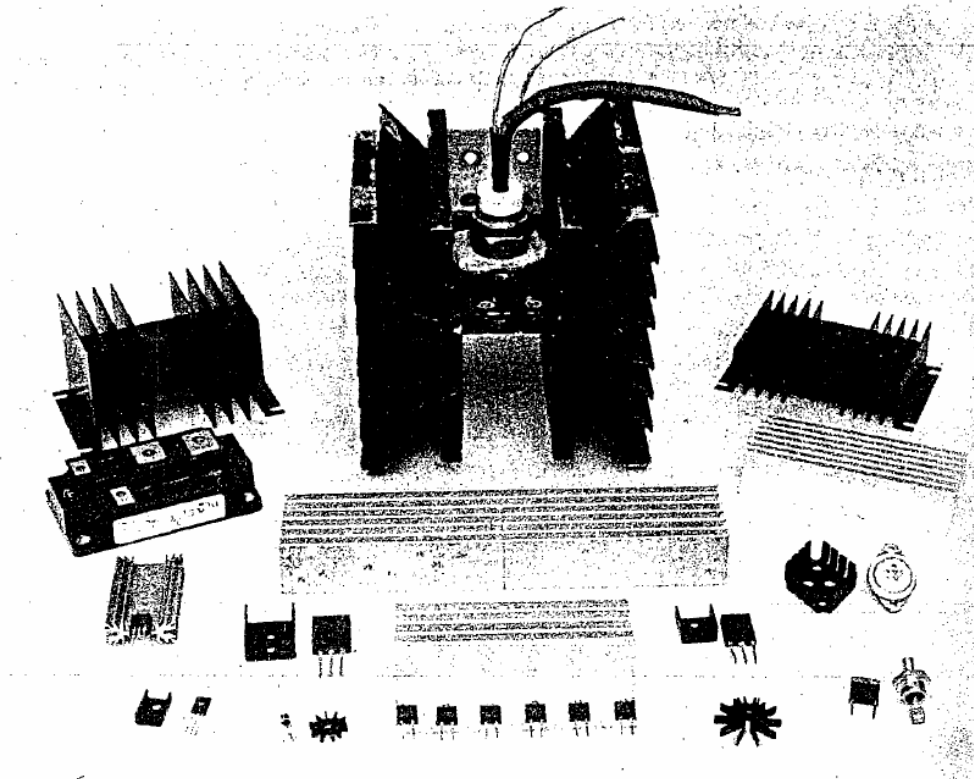
$$P_{Dmax} = (v_{in} - v_o) \cdot I_{FB} = (8V - 5V) \cdot 2,2A = 6,6W$$

$$\theta_{JA} = \frac{T_{Jmax} - T_A}{P_{Dmax}} = \frac{150^\circ C - 25^\circ C}{6,6W} \approx 19^\circ C/W$$

$$\theta_{SA} = \theta_{JA} - \theta_{JC} - \theta_{CS} = (19 - 3 - 1)^\circ C/W = 15^\circ C/W$$

* Disipadores comerciales

(17)



Heat sink no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$R_{\theta sa}$ ($^{\circ}\text{C/W}$)	3.2	2.3	2.2	0	2.1	1.7	1.3	1.3	1.25	1.2	0.8	0.65
Vol. (cm^3)	76	99	181	0	198	298	435	675	608	634	695	1311

Electrònica Analògica (ELAN)

Etapes amb BJT :

Emissor Comú

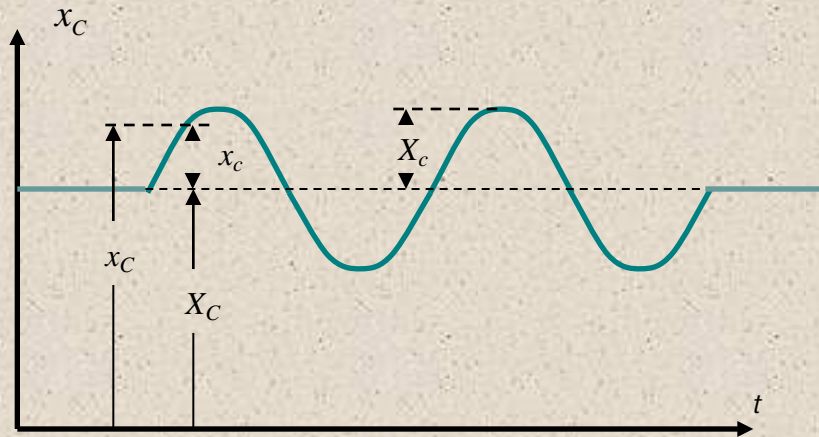
Mòdul 2 – Tema 1

Objectius

- Al final d'aquest mòdul:
 - Aprendreu els conceptes bàsics que serveixen per dissenyar etapes amplificadores bàsiques mitjançant les especificacions del problema i les dades del full de característiques dels components (principalment BJT i JFET)
 - Haureu dissenyat i implementat el bloc pre-amplificador de l'amplificador de so, i també haureu comprovat el funcionament

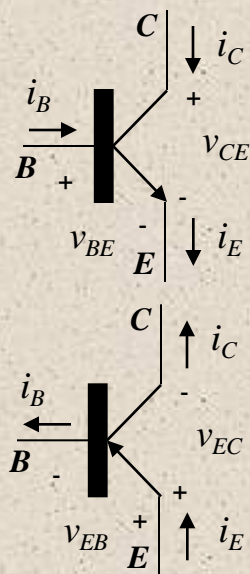
Convencions

- Durant el curs s'utilitzarà la següent convenció de les variables elèctriques del senyal



- $x_C(t)$.- Components instantànies **totals** (AC+DC)
- $X_C(t)$.- Components **contínues** en el temps (DC)
- $x_c(t)$.- Components **incrementals** (AC). Normalment referit al valor eficaç
- X_c .- **Valors màxims** respecte a la referència del senyal incremental (Valor de pic)

Els BJT's (Bipolar Junction Transistor)

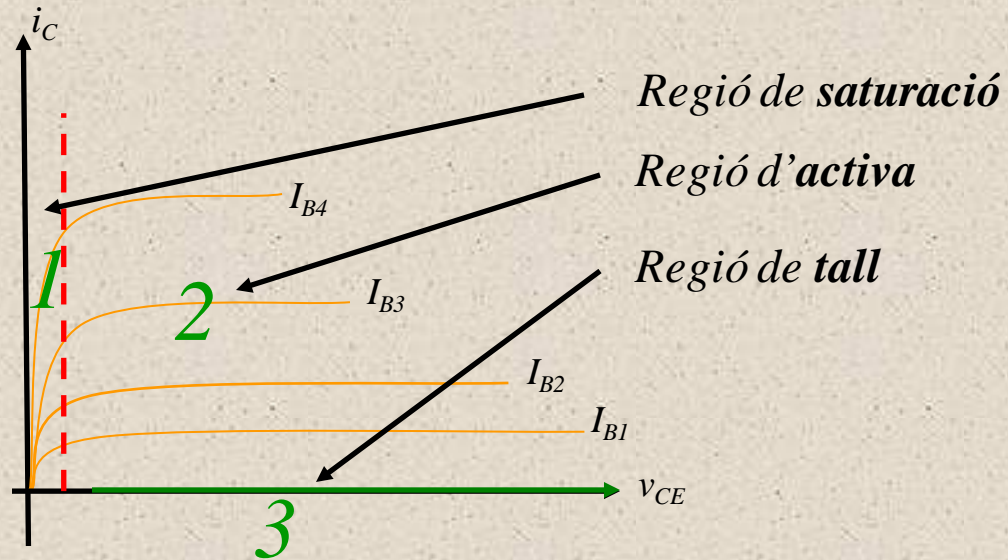


NPN

C.- Colector
B.- Base
E.- Emitter

$$i_E = i_B + i_C$$

PNP



Saturació

$$i_B > \frac{i_C}{h_{FE}}$$

$$v_{BE} = v_{BE_\gamma}$$

$$v_{CE} = V_{CE(Sat)}$$

Activa (Amplificació)

$$i_B > 0, i_C = h_{FE} \cdot i_B$$

$$v_{CE} > V_{CE(Sat)}$$

$$v_{BE} = v_{BE_\gamma}$$

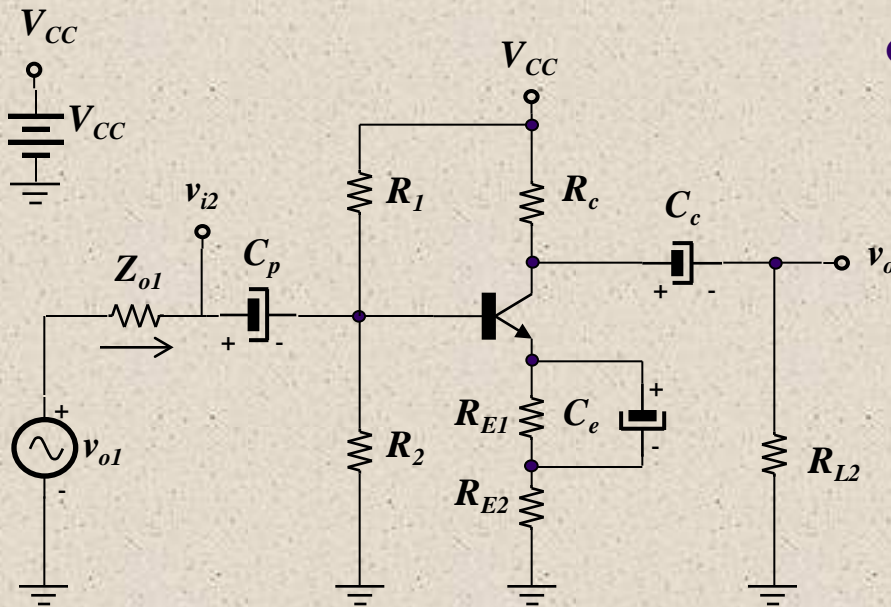
Tall

$$i_B = 0, i_C = 0$$

$$v_{CE} > v_{CE(Sat)}$$

$$v_{BE} < v_{BE_\gamma}$$

Etapa amplificadora amb BJT en EC



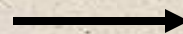
- Especificacions:

- Guany de tensió: $|A_{v2}| \geq 100$
- Marge de v_{o1} : $\Delta v_{o1} = 5V$
- Impedàncies:
- Estabilitat amb la temperatura

- Entrada: $Z_i \geq 4K7\Omega$
- Sortida: $Z_o < 2K\Omega, R_{L2} \geq 10K\Omega$

- Objectius:

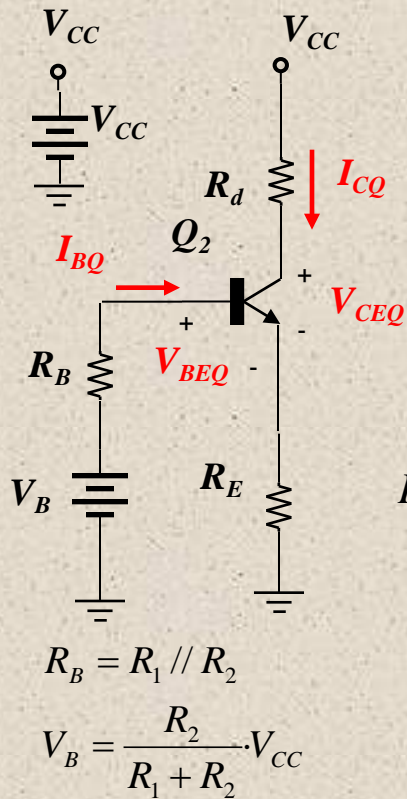
- **Disseny** de l'etapa amplificadora



- Resistències

- ~~Condensadors~~ → BW

Punt de treball Q (Anàlisi DC $j\omega=0$)

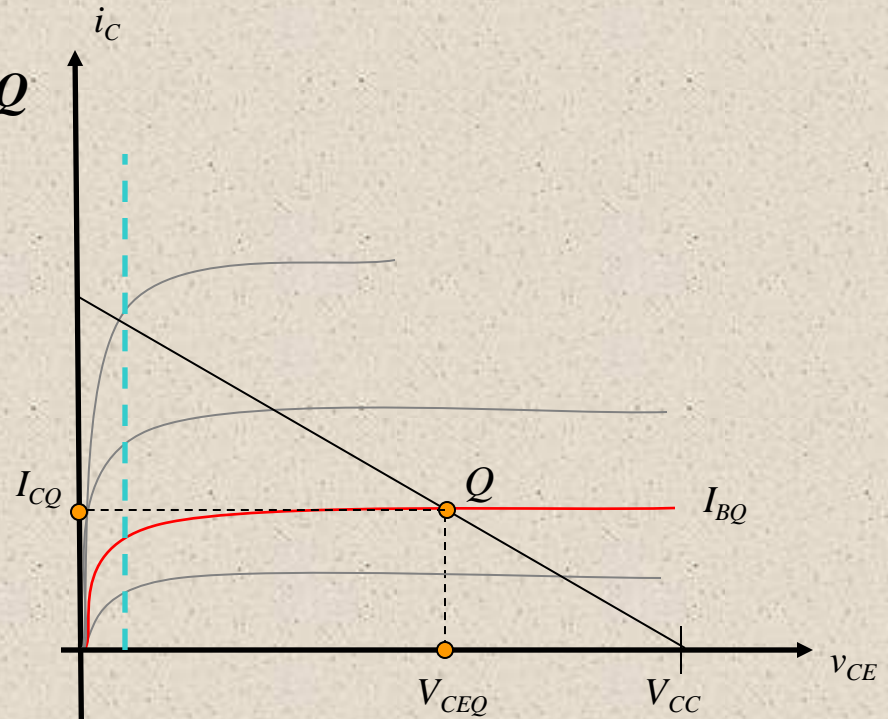


Criteri d'estabilitat de Q

$$10 \cdot R_B \approx R_E (\beta + 1)$$

$$V_B \gg V_{BEQ}$$

$$I_{CQ} = \beta \cdot \frac{V_B - V_{BEQ}}{R_B + R_E (\beta + 1)}$$



Activa

$Q(I_{CQ}, I_{BQ}, V_{BEQ}, V_{CEQ})$

$$V_{CC} = \left(R_C + R_E \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right) \cdot I_{CQ} + V_{CEQ}$$

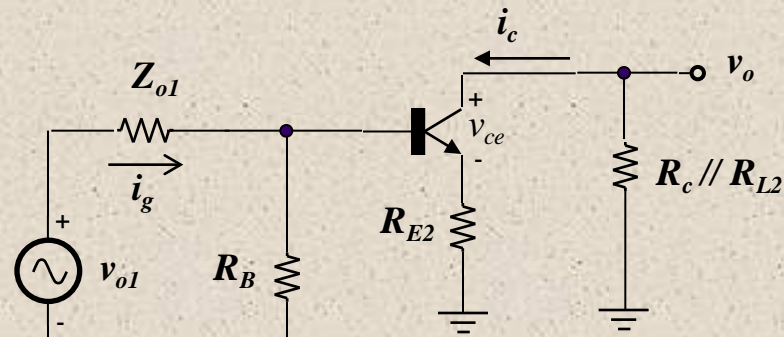
$$V_B = \left(R_B + R_E (1 + \beta) \right) \cdot I_{BQ} + V_{BEQ}$$

$$i_B > 0, i_C = h_{FE} \cdot i_B$$

$$v_{CE} > V_{CE(Sat)}$$

$$v_{BE} = v_{BE_\gamma}$$

Marge de sortida (AC, $j\omega=\infty$)



$$\begin{cases} i_C = I_{CQ} + i_c \\ v_{CE} = V_{CEQ} + v_{ce} \end{cases} \rightarrow i_c = -\frac{v_{ce}}{R_c // R_{L2} + R_{E2}}$$

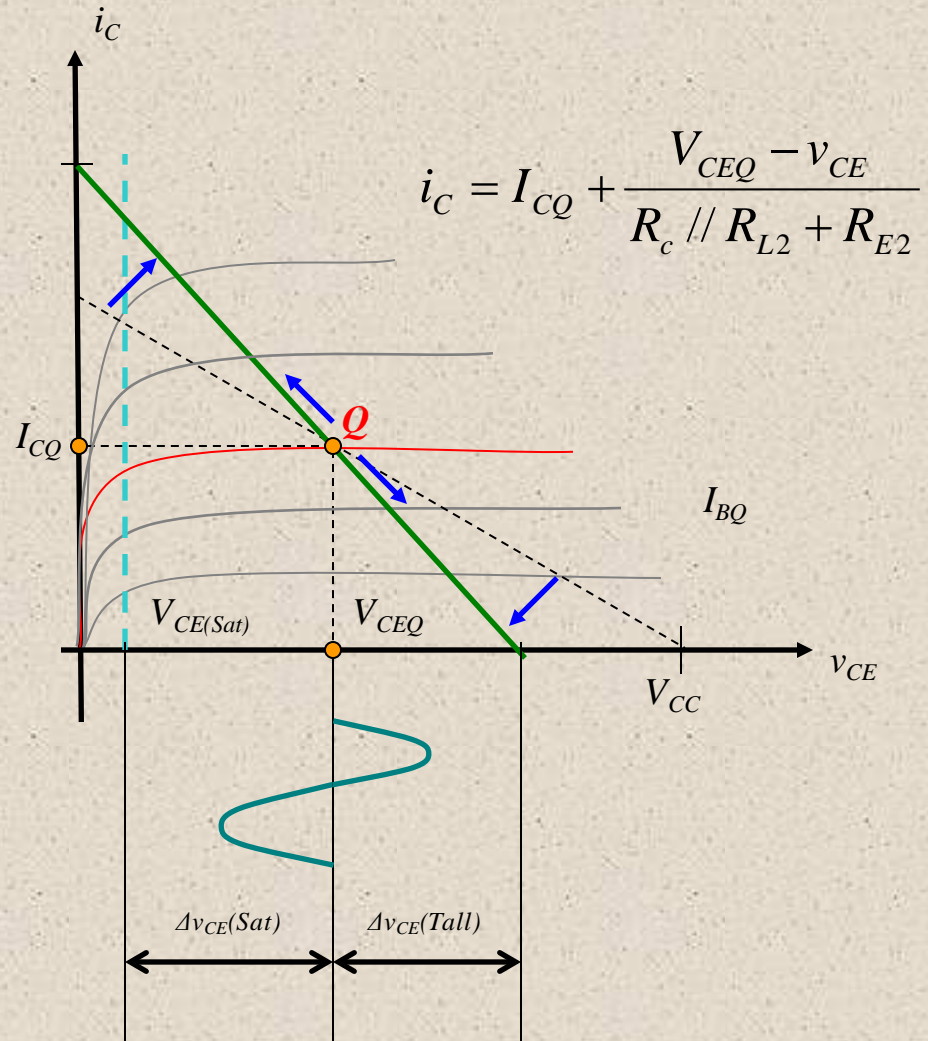
Màxima excursió de senyal

$$\Delta v_{CE} = \Delta v_{CE}(Tall) = \Delta v_{CE}(Sat)$$

Marges de sortida

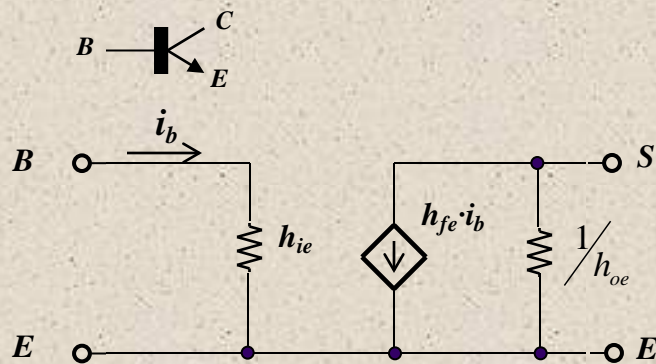
$$\Delta v_o(Sat) = (V_{CEQ} - V_{CE(Sat)}) \frac{R_c // R_{L2}}{R_c // R_{L2} + R_{E2}}$$

$$\Delta v_o(Tall) \approx I_{CQ} \cdot (R_c // R_{L2} + 2 \cdot R_{E2})$$

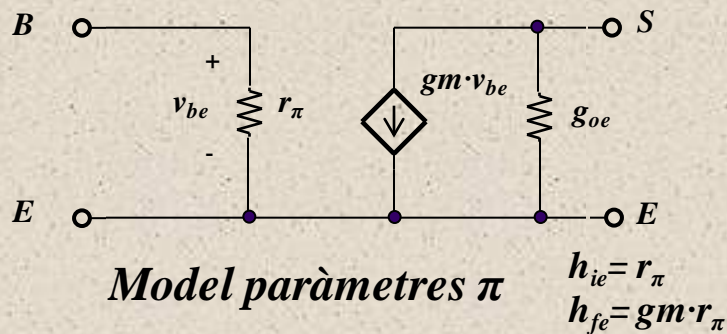


Anàlisi en petit senyal

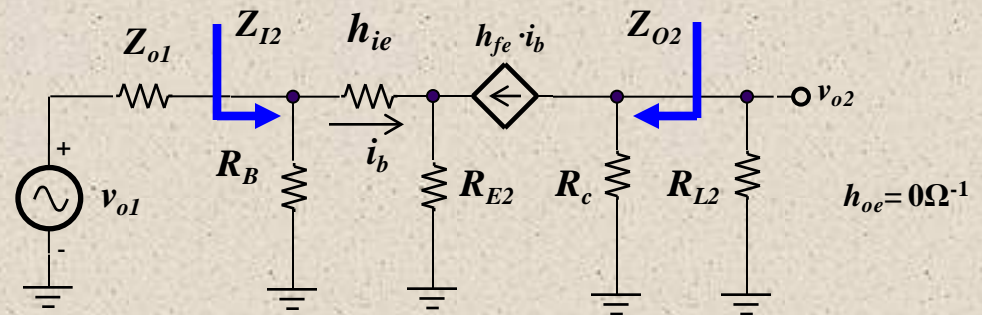
- Mateixes consideracions respecte al model en petit senyal que en el JFET. En canvi, **no es pot considerar que es compleixen aquestes condicions per que el model sigui vàlid**



Model paràmetres híbrids



Model paràmetres π



$$A_{v2} = \frac{v_{o2}}{v_{o1}} = - \frac{R_c // R_{L2} \cdot h_{fe}}{(Z_{o1} // R_B + h_{ie} + R_{E2}(1 + h_{fe}))} \cdot \frac{R_B}{(Z_{o1} + R_B)}$$

$$Z_I = R_B // (h_{ie} + R_{E2}(1 + h_{fe}))$$

$$Z_o = R_c$$

$R_{E2} = 0$, per tenir un guany A_{v2} considerable

Electrònica Analògica (ELAN)

Amplificadors de potència

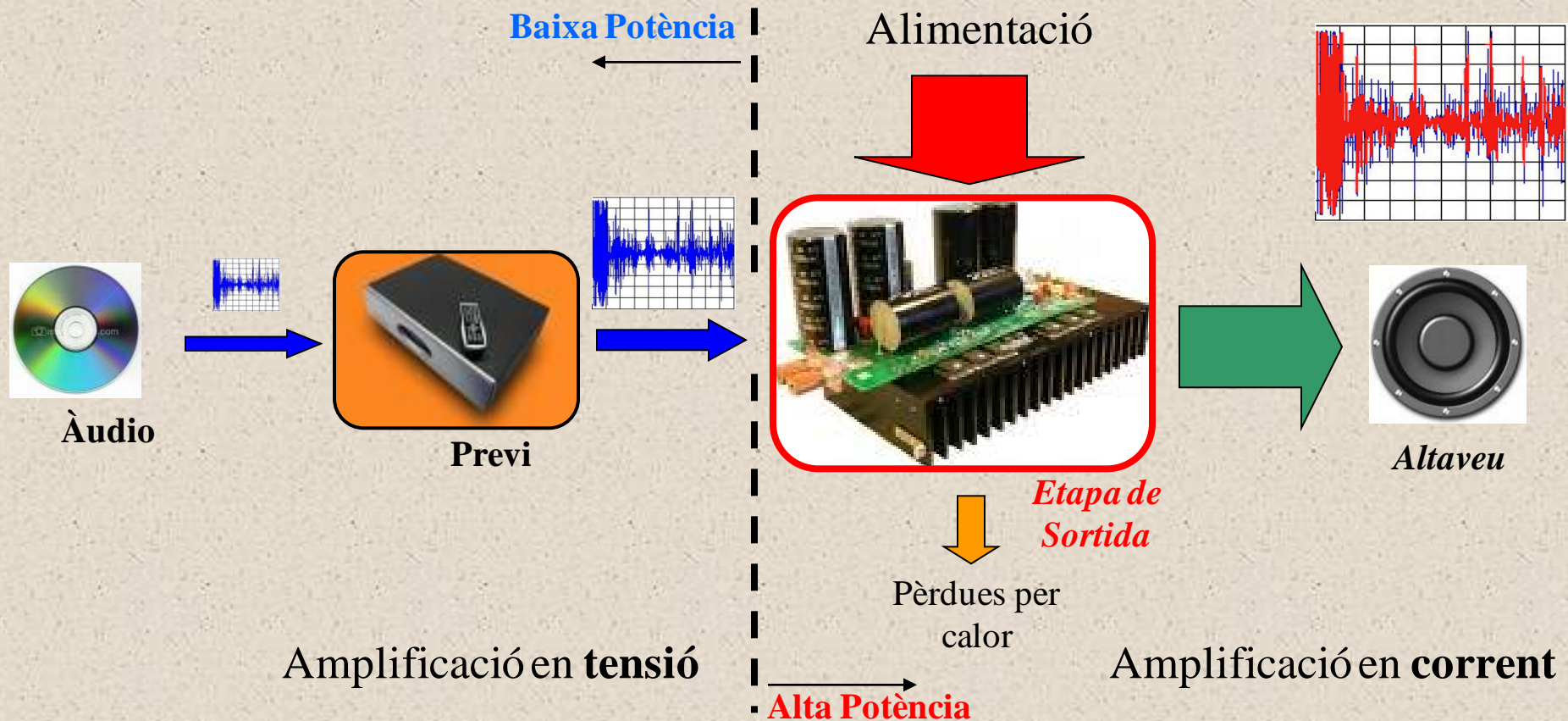
Mòdul 2 – Tema 2

Objectius

- *Al final d'aquest mòdul:*
 - Adquirireu els **coneixements teòric-pràctics** que us permetran comprendre el funcionament de les etapes de potència
 - Compreneu el paper significant que juguen les etapes de potència, dins dels amplificadors 'multi-etapa', en aplicacions d'àudio
 - Completareu tots els aspectes bàsics que fan referència als **amplificadors d'àudio**

Panorama

- Un **amplificador de potència** simplement és un amplificador amb una **etapa de sortida d'alta potència**



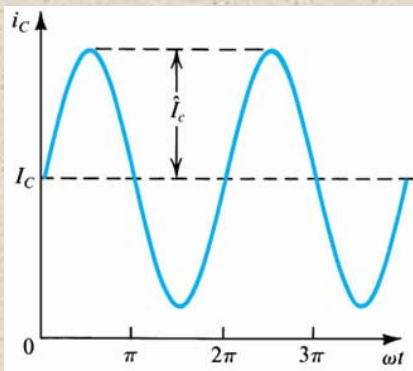
Característiques generals

- La potència de sortida (P_{OUT}) es determina pel seu **valor rms**. “Watts musicals”
- La impendància de sortida ha de ser **petita** i **similar** a la de l'altaveu (Principi de *màxima transferència de potència*)
- Les etapes de sortida **no** treballen en **petit senyal**. Els **models** dels dispositius en petit senyals **no són aplicables**
- La **linealitat** segueix sent una especificació important
- Els transistors de potència **sacrifiquen** guany (h_{FE}) i **impedància** d'entrada per **corrent de col·lector** (i_C)
- Transferència de potència a l'altaveu ha de ser **eficient**. La potència dissipada en el transistor incrementa la temperatura en la unió (T_j) i el pot destruir
- Guany de tensió és **unitari** (Etapes de potència són en **col·lector comú**. **CC**). S'amplifica **corrent** de sortida

Configuracions de sortida

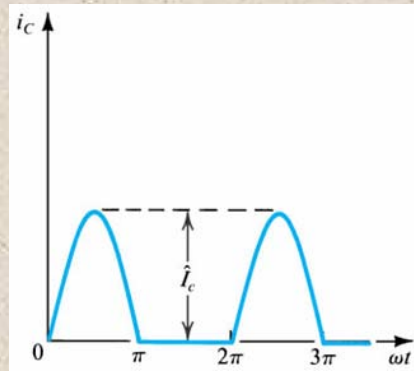
- Les etapes de sortida es classifiquen segons sigui l'interval de conducció del corrent de col·lector (i_c) que resulti al aplicar un senyal d'entrada

Classe **A**



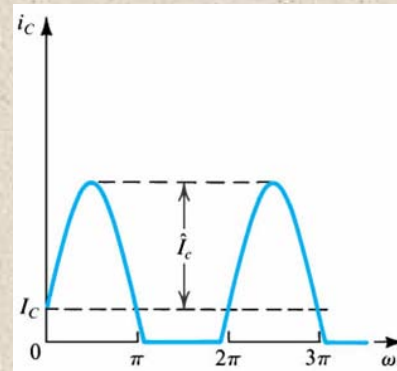
$$\alpha = 360^\circ$$

Classe **B**



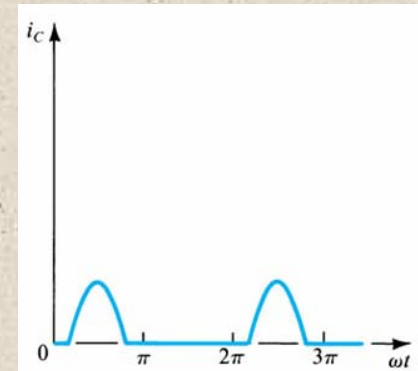
$$\alpha = 180^\circ$$

Classe **AB**



$$180 < \alpha < 360^\circ$$

Classe **C**



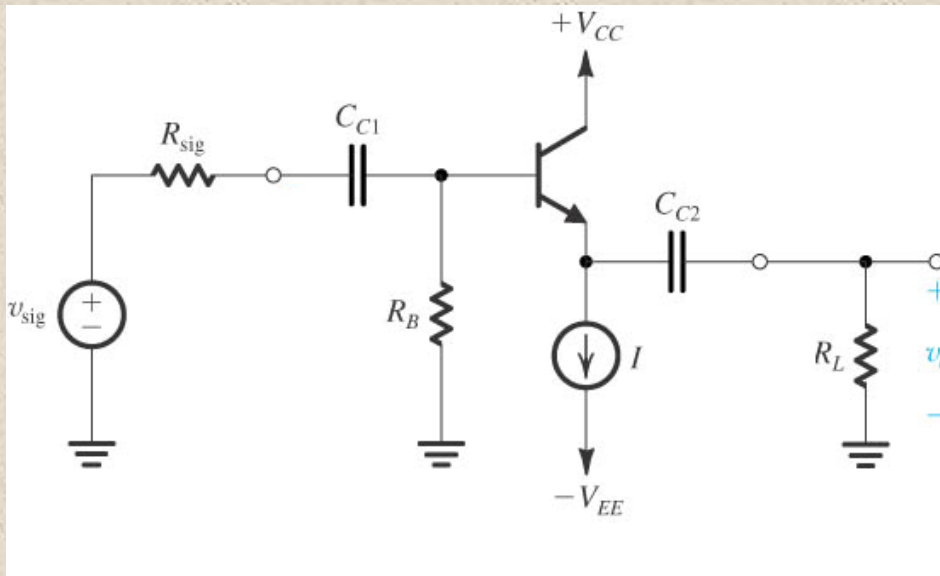
$$\alpha < 180^\circ$$

- La classe **A**, **B** i **AB** s'utilitzen en etapes de sortida d'amplificadors operacionals, dispositius integrats i aplicacions d'àudio. La classe **C** s'utilitzen com amplificadors de RF i, per tant, no s'estudiaran
- Les configuracions **CC**, **EC** i **BC** estan dintre de la categoria A

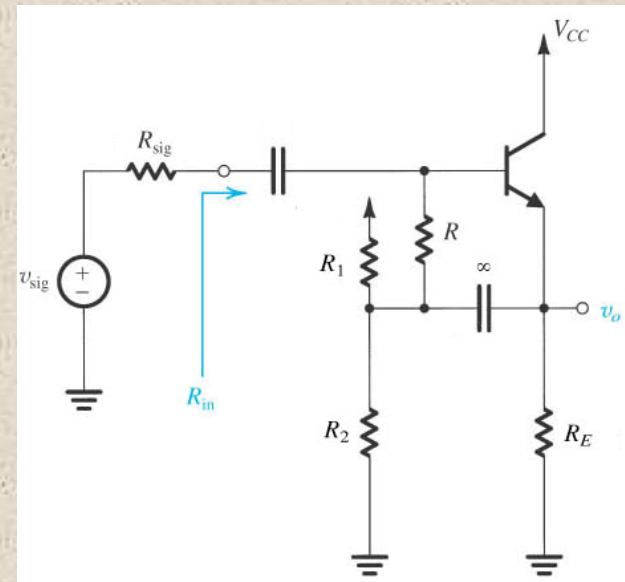
Classe A

- La configuració més habitual és el **seguidor d'emissor**. El **colector comú** s'utilitza a vegades si la potència requerida no és massa elevada

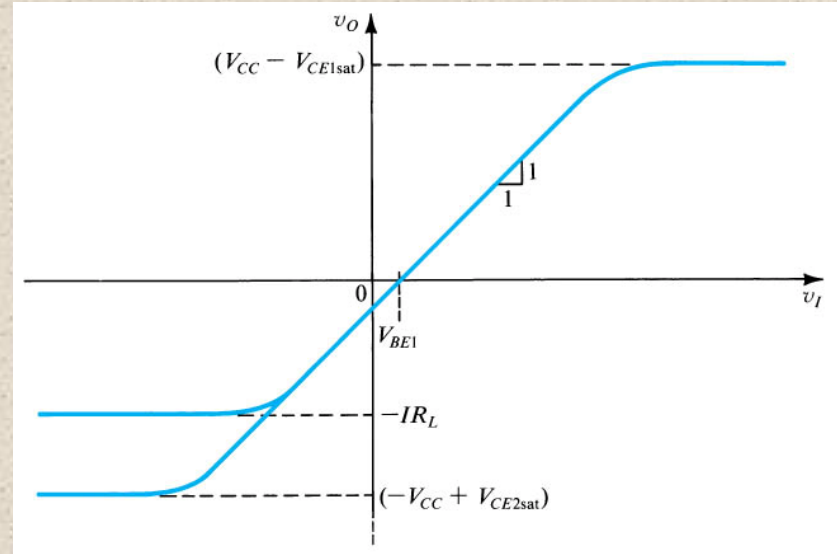
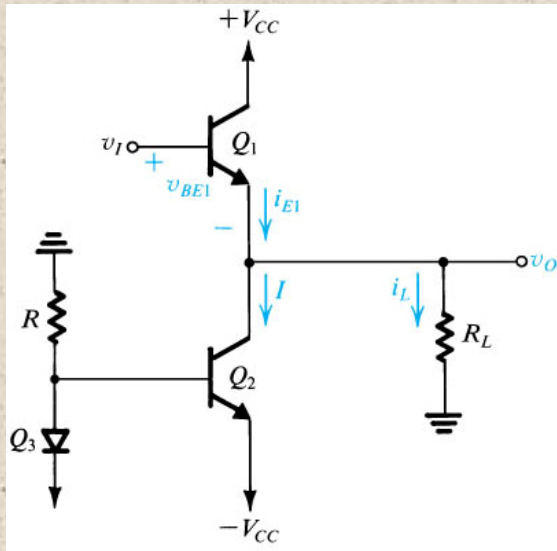
Seguidor d'emissor



Colector Comú



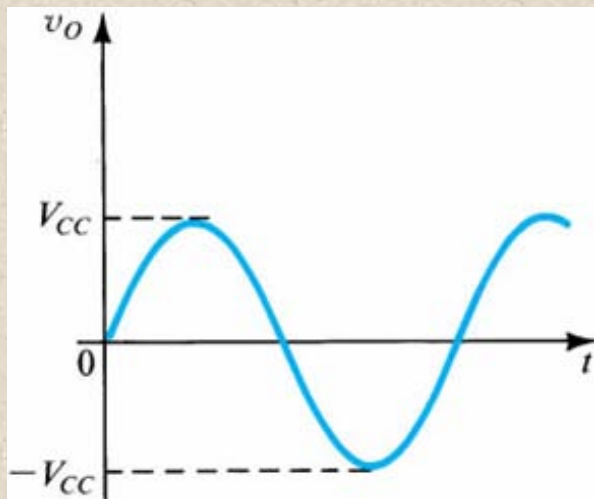
Funció de transferència



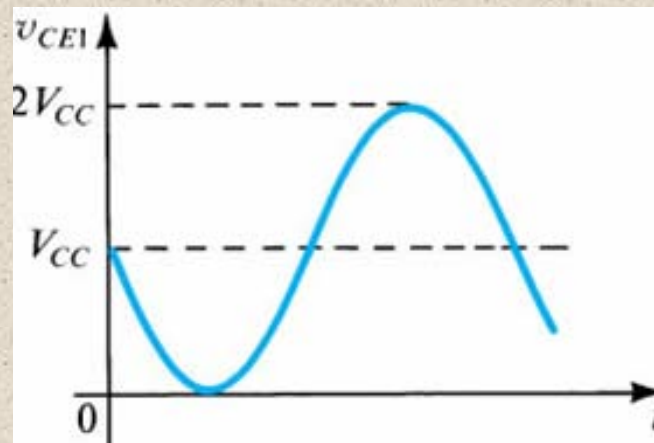
- Seguidor d'emissor format per Q_1 que es polaritza mitjançant Q_2 .
- En el semicicle **positiu**: $v_O = v_I - v_{BE}$, $v_{O\max} = V_{CC} - V_{CE1sat}$
- En el semicicle **negatiu**, el límit per la **saturació de Q_2** : $v_{O\min} = -V_{CC} + V_{CE2sat}$
però per això s'ha de complir que: $I \geq \frac{|-V_{CC} + V_{CE2sat}|}{R_L}$. En cas contrari, el límit negatiu el determina el **tall de Q_1** : $v_{O\min} = -I \cdot R_L$

Formes d'ona

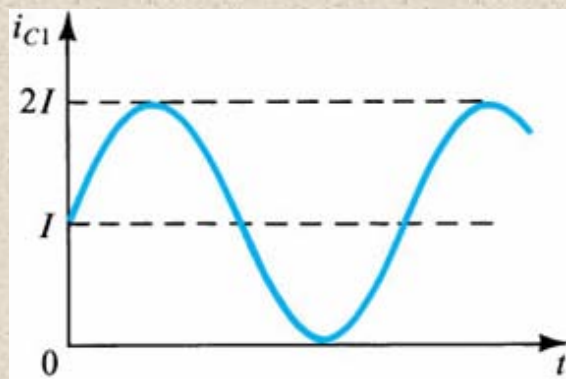
Tensió de sortida



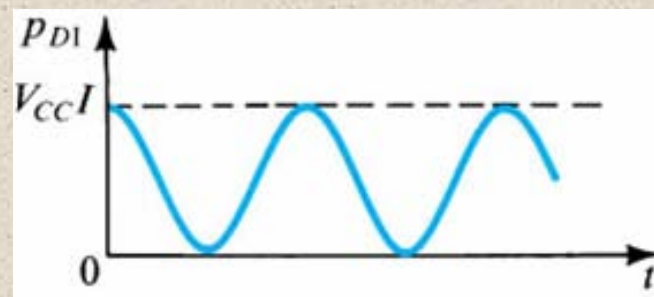
Tensió col·lector emissor



Corrent de col·lector Q_1



Potència dissipada Q_1



Formes d'ona (cont)

- **Consideracions:**

- V_{CEsat} és pràcticament negligible en etapes de potència ja que:
 - $V_{CC} \gg V_{CEsat}$
- v_O pot variar aproximadament un rang doble a V_{CC} (De $-V_{CC}$ a $+V_{CC}$)
- El corrent I determina el corrent de consum proporcionada per la font primaria de potència
 - $I_{CC} = I$
- La dissipació de potència instantànea ve determinat per:
 - $p_{DI} = v_{CEI} \cdot i_{CI}$

Dissipació de potència BJT

- Q_1 dissipa la **màxima potència** instantànea ($V_{CC} \cdot I$) quan $v_O = 0$
- La potència en Q_1 depèn de R_L
 - Si $R_L \rightarrow \infty$:
 - El corrent $i_{C1} = I$ (ct) i la dissipació instantànea depèn de v_O .
 - El valor màxim succeeix quan $v_O = -V_{CC}$ on v_{CE1} és màxima ($v_{CE1} = 2 \cdot V_{CC}$)
 - **$P_{D1màx} = 2 \cdot V_{CC} \cdot I$**
 - Si $R_L \rightarrow 0$ (Condicció de **curt-circuit**)
 - Una tensió positiva de v_I provocarà un corrent elevat en R_L
 - L'augment de dissipació en Q_1 incrementa la temperatura en la unió (T_J) i pot **destruir** el transistor

Eficiència energètica

- Definicions:

Rendiment:

$$\eta = \frac{P_L}{P_S}$$

Potència de Sortida:

$$P_L = V_{Lrms} \cdot I_{Lrms}$$

- V_{Lrms} .- Tensió de sortida eficaç: $V_{Lrms} = \frac{\hat{V}_L}{\sqrt{2}}$
- I_{Lrms} .- Corrent de sortida eficaç
- P_L .- Potència de càrrega $\longrightarrow P_L = V_{Lrms} \cdot I_{Lrms} = \frac{1}{2} \hat{V}_L \cdot \hat{I}_L = \frac{1}{2} \frac{\hat{V}_L^2}{R_L}$
- P_S .- Potència d'alimentació $\longrightarrow P_S = 2 \cdot V_{CC} \cdot I$

- Rendiment en la classe A

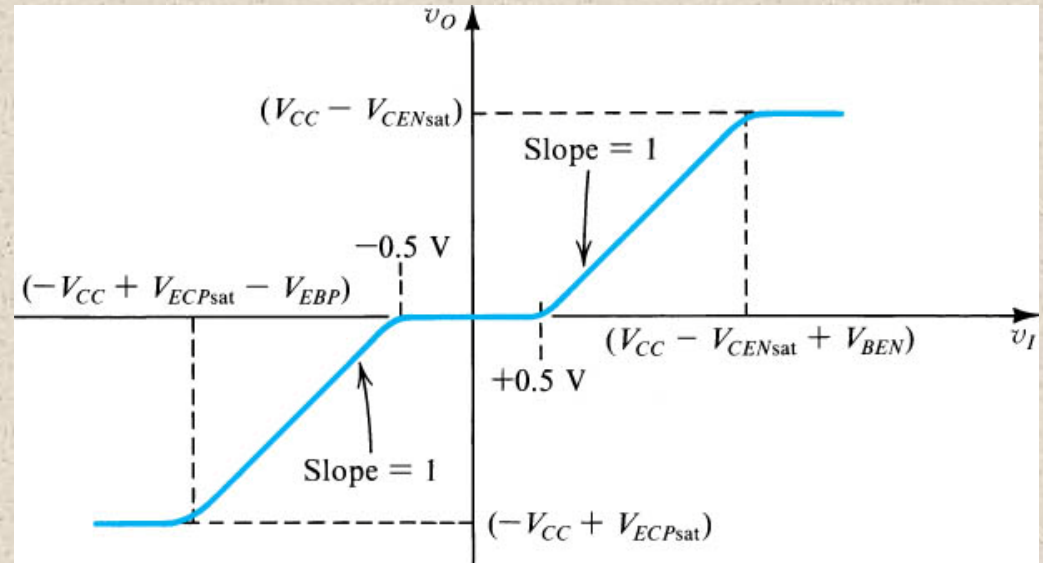
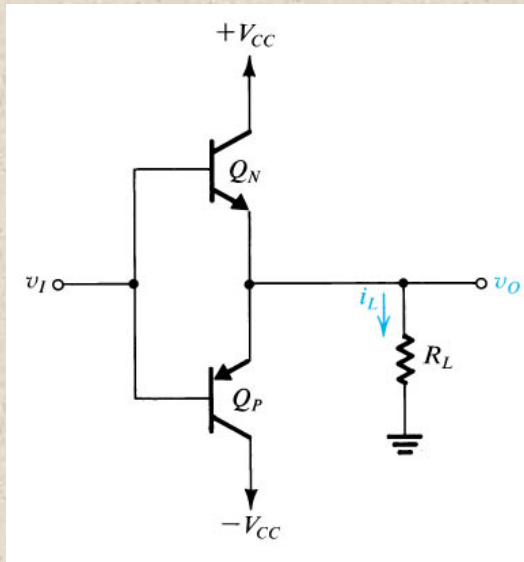
$$\eta = \frac{P_L}{P_S} = \frac{1}{2} \frac{\hat{V}_L^2}{R_L} \frac{1}{2 \cdot V_{CC} \cdot I} = \frac{1}{4} \left(\frac{\hat{V}_L}{I \cdot R_L} \right) \left(\frac{\hat{V}_L}{V_{CC}} \right)$$

- Rendiment màxim $\longrightarrow \hat{V}_L = V_{CC} = I \cdot R_L \longrightarrow \eta_{\max} = 25\%$

Conclusions de la *Classe A*

- El rendiment màxim que es pot aconseguir en la classe A és, tan sols, el **25%**
- Com que és una xifra bastant baixa, **no s'utilitza** en aplicacions de potència elevada (Aplicacions de més de 1W)
- En la pràctica, s'aplica un **coeficient de seguretat** per evitar la **saturació** de Q_1 i la corresponent **distorsió** que provoca aquesta no linealitat
 - $\hat{V}_{O\text{Pràctica}} = \hat{V}_O \cdot (1 - K)$ on K és el coeficient de seguretat [0-1]
- Per tant, el rendiment sols ser realment d'un **10-20%**

Classe B. Funció de transferència

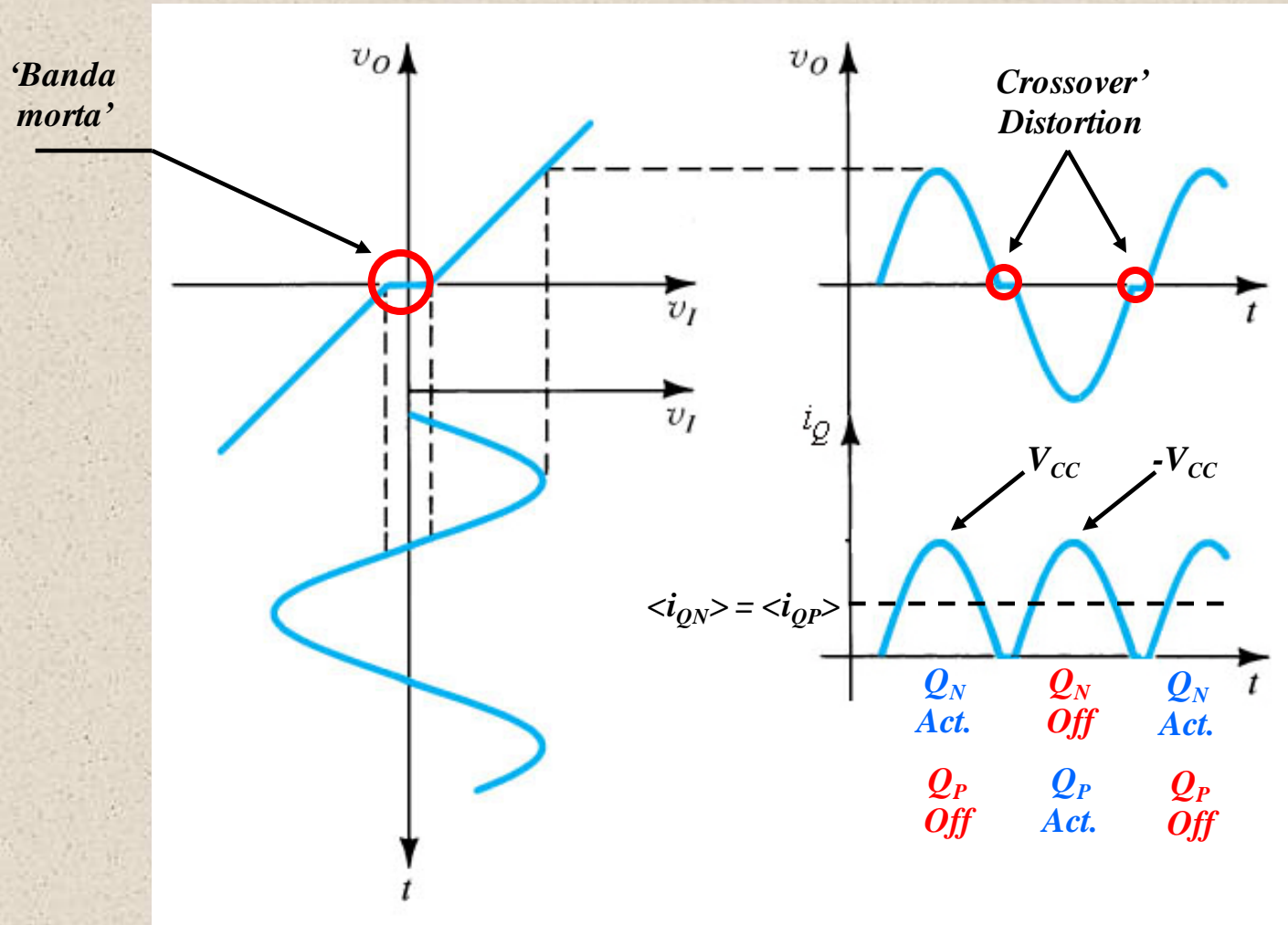


- Si $v_I = 0$, els dos transistors estan en la regió de tall i, per tant, $v_O = 0$
- En el cicle positiu, a mesura que v_I incrementa, **quan $v_I > 0.5V$** Q_N entra en activa i v_O comença a **seguir** la tensió d'entrada: $v_O = v_I - v_{BEN}$
- El cicle negatiu té un comportament **anàleg**, amb la diferència de que Q_P és qui ara suministra el corrent a la càrrega: $v_O = v_I + v_{EBP}$

Aportacions de la Classe B

- Sortida formada per dos transistors **complementaris** connectats de manera en que tots dos es reparteixen el cicle de treball ('*push-pull*):
 - EL transistor **nnp** treballa en el cicle positiu de v_I i el **pnp** en el negatiu
- **No** requereix **polarització** dels transistors de potència.
- **Millora substancial del rendiment** (els BJT no consumeixen potència en la polarització).
- La font estableix el marge de treball, el qual és més gran.
- **Contrapunt**: Presenta un **THD elevat** degut a la 'banda morta' en l'intercanvi dels mode d'operació dels BJT (**Crossover**)

Formes d'ona



$\langle i_{Q_N} \rangle$:- valor mig
del corrent de
colector de Q_N

Eficiència energètica

- Per determinar el rendiment es necessari, en primer lloc, saber el consum de les fonts d'alimentació:

- $I_{CC} = \langle i_{QN} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_{QN}(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} i_L(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \hat{I}_L \sin(t) dt = \frac{\hat{I}_L}{\pi}$

- Corrent total d'alimentació: $I_{CCT} = 2 \cdot I_{CC} = 2 \cdot \frac{\hat{I}_L}{\pi} = 2 \frac{\hat{V}_L}{\pi \cdot R_L}$

- Consum total: $P_S = 2 \frac{\hat{V}_L}{\pi \cdot R_L} V_{CC}$

- La potència de càrrega: $P_L = \frac{1}{2} \frac{\hat{V}_L^2}{R_L}$

- Rendiment: $\eta = \frac{\pi}{4} \frac{\hat{V}_L}{V_{CC}}$

- Rendiment màxim: $(\hat{V}_L \approx V_{CC}), \eta_{\max} \approx \frac{\pi}{4} = 78.5\%, P_{L\max} = \frac{1}{2} \frac{\hat{V}_{CC}^2}{R_L}$

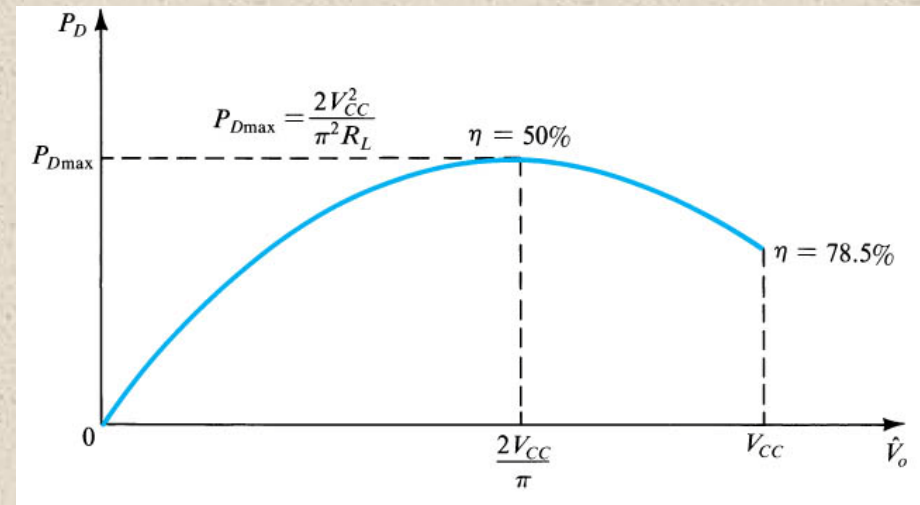
Dissipació de potència BJT

- En la classe B, la potència dissipada pels transistors quan $v_o = 0$ és **zero**.

- $$P_D = P_S - P_L = \frac{2}{\pi} \frac{\hat{V}_o}{R_L} V_{CC} - \frac{1}{2} \frac{\hat{V}_o^2}{R_L}$$
- Potència dissipada màxima: $\frac{\partial P_D}{\partial \hat{V}_o} = 0 \rightarrow \begin{cases} \hat{V}_o|_{P_{D\max}} = \frac{2}{\pi} V_{CC} \\ P_{D\max} = \frac{2V_{CC}^2}{\pi^2 R_L} \end{cases}$

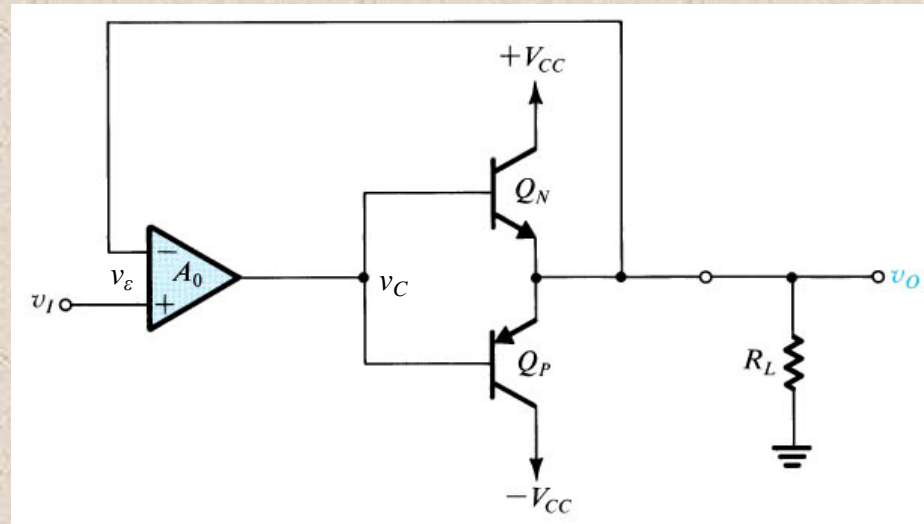
- Els dos transistors es reparteixen la potència que es dissipa:

- $$P_{DN\max} = P_{DP\max} = \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 R_L}$$



Reducció del 'Crossover'

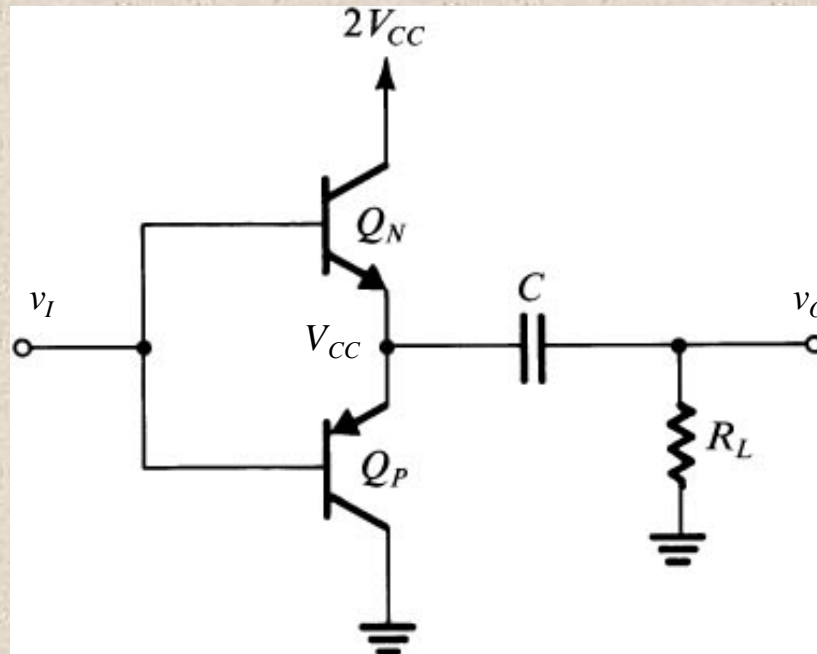
- Una manera possible de reduir el THD consisteix en utilitzar la **realimentació negativa**



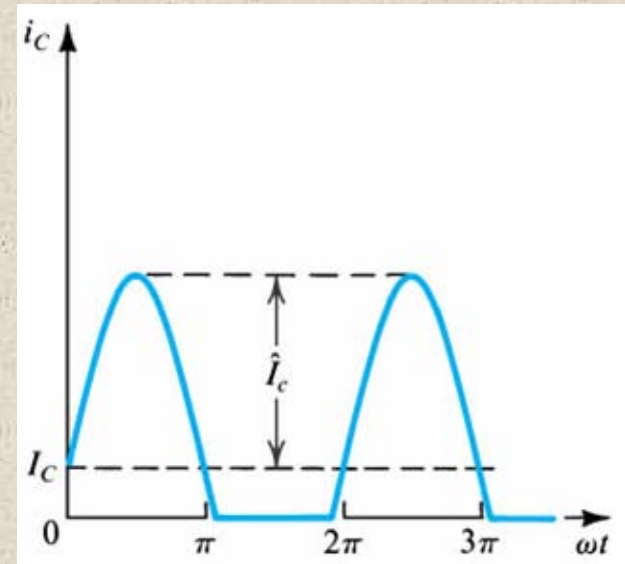
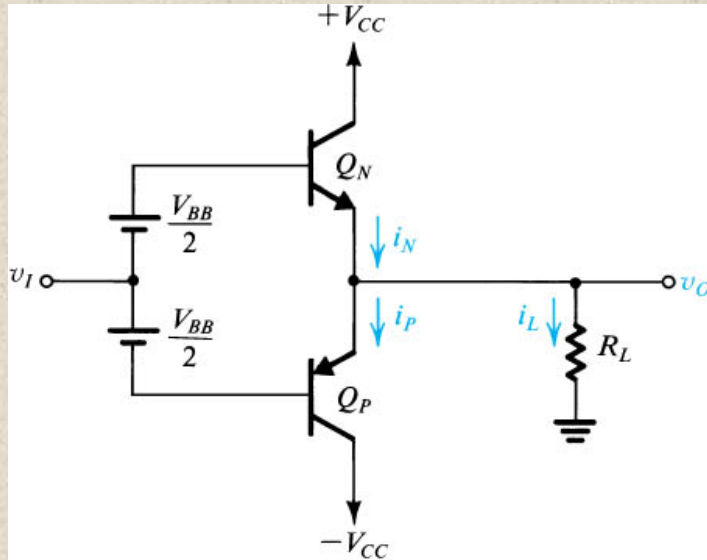
- Com que $v_\varepsilon = v_I - v_O$ i la realimentació fa que $v_\varepsilon = 0$, llavors $v_I \approx v_O$
- En la pràctica, és necessari que en el AO, el '**SR**' = ∞ . En cas contrari, la distorsió encara serà perceptible. Per això encara és més **pràctic** utilitzar la classe **AB**

Alimentació unipolar

- La classe B també es pot utilitzar amb **una única font** d'alimentació, però requereix **condensadors** per desacoblar la component DC present als emissors dels BJTs

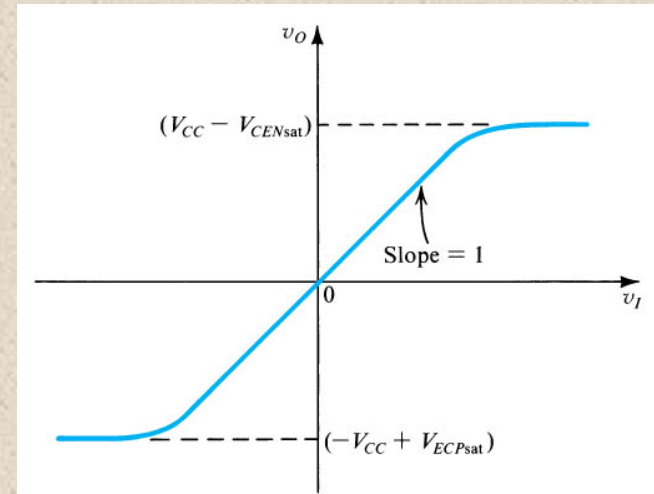
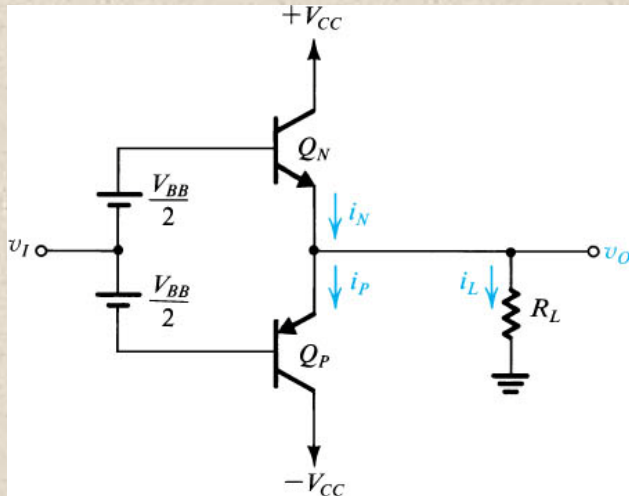


Classe AB



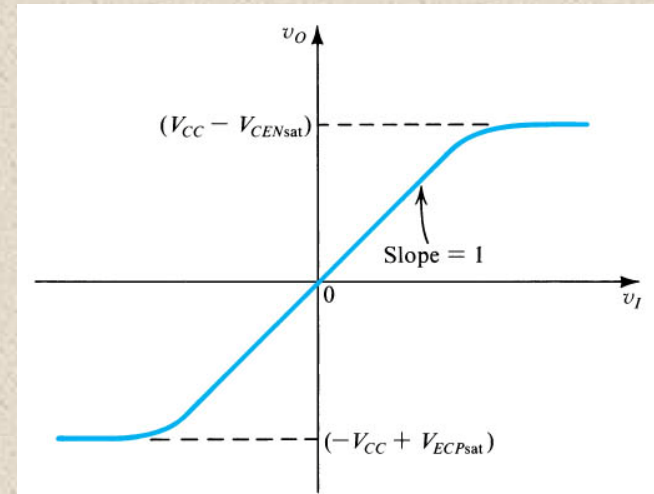
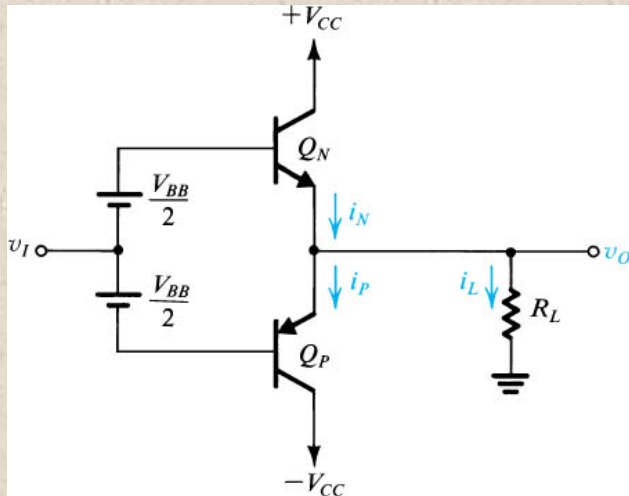
- Elimina el **crossover** polaritzant els dos transistors a un corrent DC I_C (I_Q) = $I_N = I_P$ petit ($10\% \hat{I}_C$). Per aconseguir-ho s'aplica una **polarització** V_{BB} en els terminals de base de Q_N i Q_P
- Implementació de V_{BB} :
 - Díodes polaritzats mitjançant fonts de corrent
 - Ús de **multiplicadors de V_{BE}**

Funcionament



- V_{BB} , s'agafa segons el corrent de polarització requerit (I_Q .- quiescent current). Per $v_I = 0$ i $v_O = 0$ una tensió $V_{BB}/2$ apareix en la unió base-emisor de Q_N i Q_P
 - Per calcular $V_{BB} \longrightarrow i_N = i_P = I_Q = I_S \cdot e^{V_{BB}/2 \cdot V_T}$
- Quan $v_I = 0$, moment de canvi de conducció de Q_P a Q_N , I_P encara és lleugerament superior a zero ($I_P \geq 0$)

Funcionament (cont I)



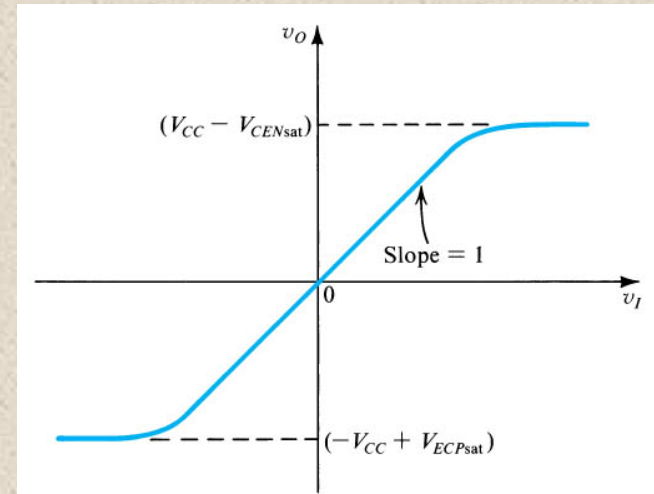
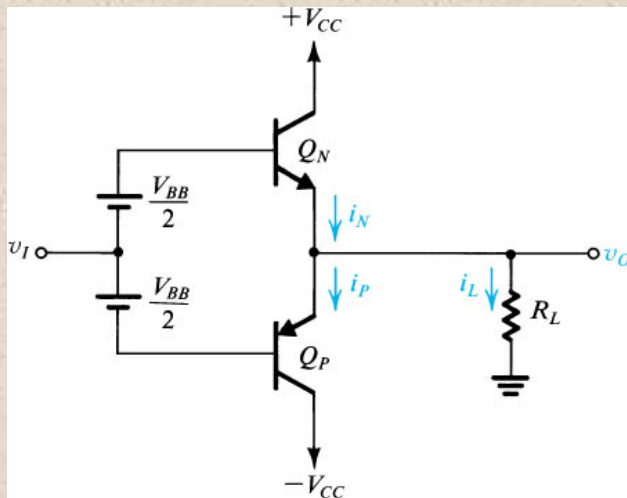
- Quan $v_I > 0$, el potencial de base incrementa suficientment com per fer que la sortida segueixi l'entrada

$$v_O = v_I + \frac{V_{BB}}{2} - v_{BEN} \equiv v_I$$

- Això provoca una circulació de corrent i_L i, per tant, i_N **ha d'augmentar**

$$i_N = i_P + i_L$$

Funcionament (cont II)



- El increment en i_N provocarà un augment de v_{BEN} (per damunt de $V_{BB}/2$), però com que V_{BB} és un valor fixat, és produeix un **decrement en i_P**

Demostració: $\rightarrow \begin{cases} v_{BEN} + v_{BEP} = V_{BB} \\ V_T \ln\left(\frac{i_N}{I_S}\right) + V_T \ln\left(\frac{i_P}{I_S}\right) = 2V_T \ln\left(\frac{I_Q}{I_S}\right) \\ i_N i_P = I_Q^2 \end{cases} \rightarrow \text{Relació no lineal}$

$i_N i_P = I_Q^2 \rightarrow \text{Producte Constant}$

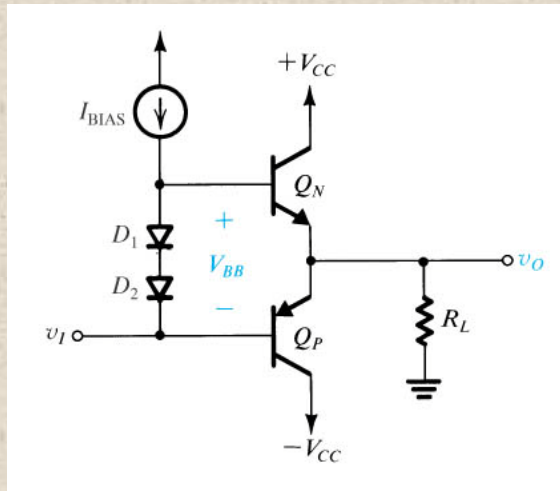
- L'intercanvi de conducció entre transistors és **suau** i **sincronitzat** per V_{BB} (El funcionament és anàleg a l'altre semicicle)

Classe AB vs. Classe B

- Funcionament bastant similar. La única diferència és que tots dos transistors estan en activa en el pas per zero de v_I ($v_I < |v_{BE}|$)
 - Transició suau i controlada dels modes d'operació dels BJT.
Eliminació del crossover
- **Potència:** El rendiment és lleugerament inferior en la classe AB
 - Quan $v_I \approx 0$, els transistors dissipen una potència $P_D = V_{CC} \cdot I_Q$
- La impedància de sortida es redueix a mesura que I_L augmenta
 - Es pot demostrar que: $Z_{OUT} = \frac{V_T}{i_N + i_P}$

Implementació de V_{BB} : Díodes polaritzadors

- V_{BB} es genera fent passar un corrent de polarització (I_{bias}) a través d'un parell de díodes connectats als transistors



$$V_{BB} = 2 \cdot V_D = v_{BEN} + v_{EBP}$$

$$I_Q = n \cdot I_{bias}$$

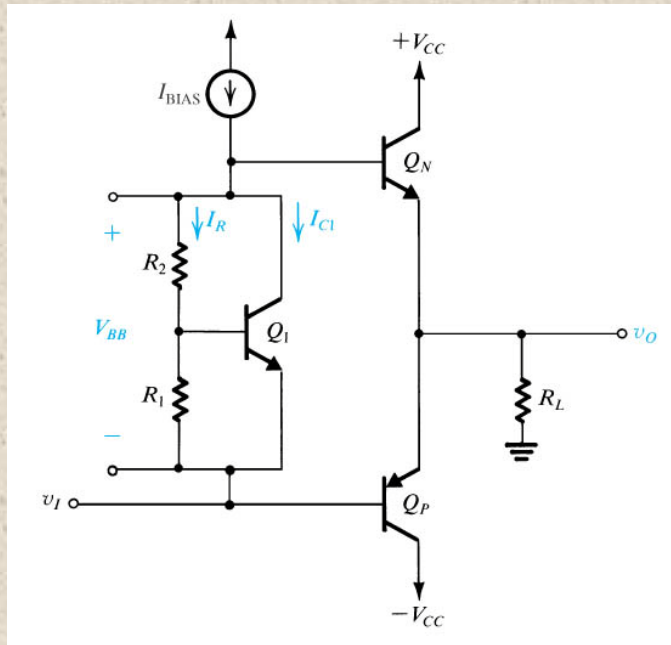
- n .** - Relació entre l'àrea de la unió d'emisor del BJT i l'àrea de la unió dels díodes (P.e: 1/3)
- Nota de disseny:** Quan l'etapa injecta corrent a la càrrega l'increment de corrent a la base (de I_Q/β a i_L/β) ha de ser subministrat per I_{bias}

- Inconvenients:**

- Interessa que n sigui el més **petit** possible, però això és difícil d'aconseguir
- Poca flexibilitat** de disseny per a dispositius discrets
- Si v_{BE} és constant i es produeix un augment de T , $i_{N(P)}$ augmenta. Això provoca un augment en la dissipació del BJT que el pot destruir (***thermal runaway***)

Implementació de V_{BB} : Multiplicador V_{BE}

- BJT alternatiu polaritzat per dues resistències i I_{bias} , implementa V_{BB} multiplicant V_{BE1} per un factor $K=1+R_2/R_1$



$$I_R = \frac{V_{BE1}}{R_1}$$

$$V_{BB} = I_R (R_1 + R_2) = V_{BE1} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

- V_{BE1} es determina agafant la porció de I_{bias} que circula pel col·lector de Q_1 (I_{C1})

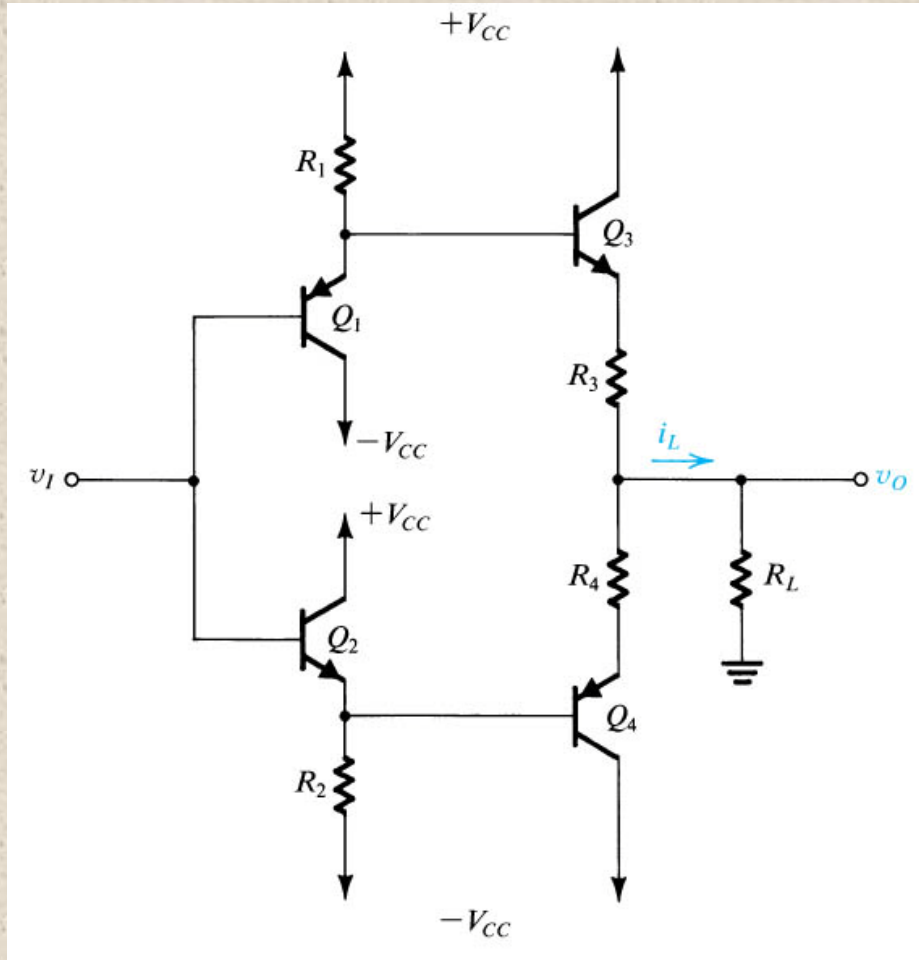
$$I_{C1} = I_{bias} - I_R \quad V_{BE1} = V_T \ln \left(\frac{I_{C1}}{I_S} \right)$$

- Els principals avantatges d'aquesta configuració són la seva **flexibilitat** i la **poca dependència** de V_{BB} respecte a variacions de I_L

Variacions en la classe AB

- Són tècniques que serveixen per donar més **protecció i millora** a aquesta classe d'amplificadors de potència
 - Seguidor d'emisor
 - *Compound devices*
 - Protecció de curt-circuit (*Short Circuit Protection*)
 - Protecció tèrmica (*Thermal Shutdown*)

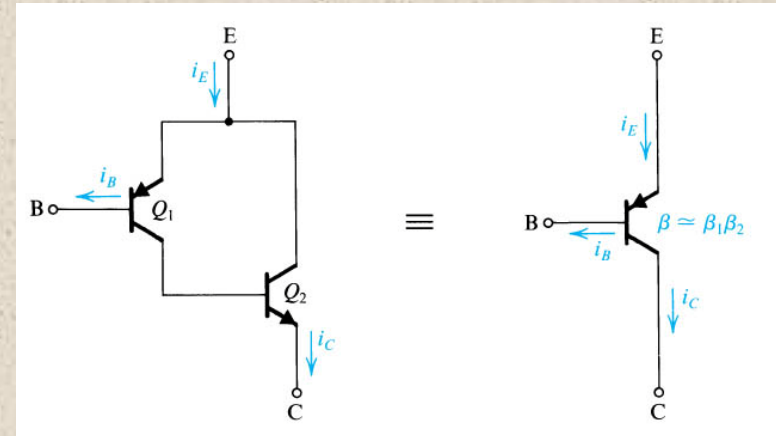
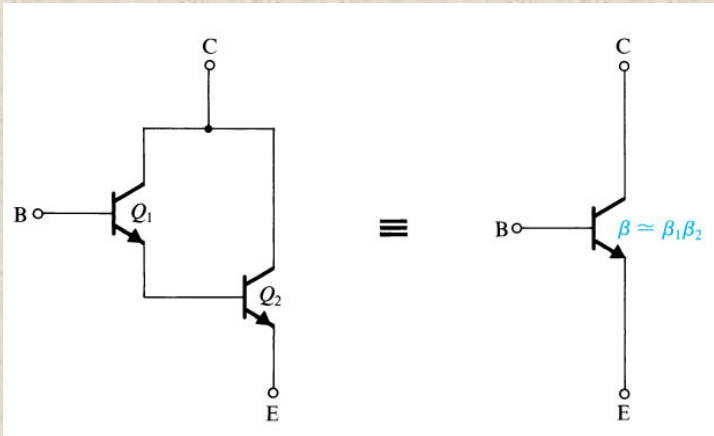
Seguidor d'emisor



- **Alta impedància d'entrada**
- Q_1 i Q_2 són transistors de **petit senyal**
- R_3 i R_4 són resistències de **compensació** i donen **protecció tèrmica** (*thermal runaway*)
- Realitzat amb tecnologia de IC's permet implementar **triming** per compensar l'offset de sortida
- Pot implementar-se amb o sense amplificador operacional per millorar driver de sortida

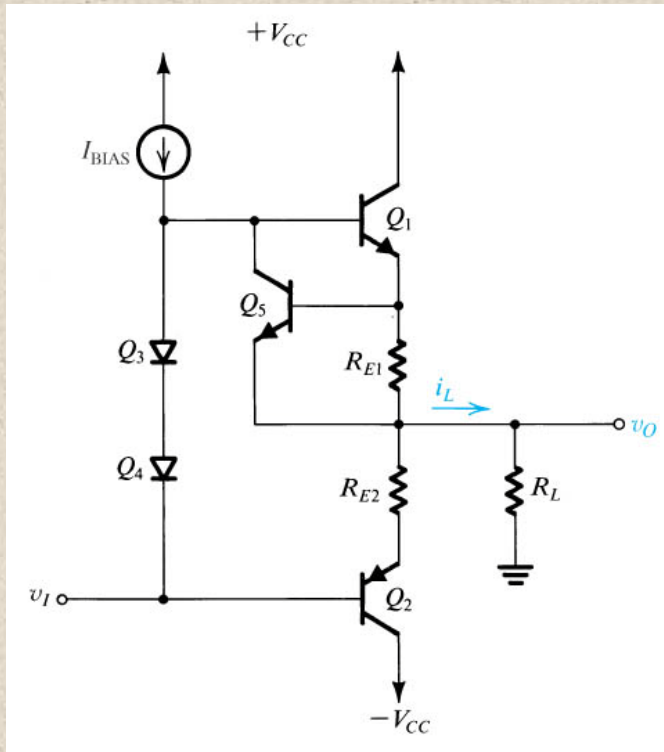
'Compound devices'

- **Guany de corrent elevat** (Equival a utilitzar un únic BJT amb $\beta \approx \beta_1 \cdot \beta_2$)
- Configuració **nnp** (*Darlingtonton*) i **pnnp** (*Sziklai*)
- Resposta freqüencial **pobre**
- Tendència a **oscil·lar** amb freqüències de treball (f_t) elevades



Short-circuit Protection

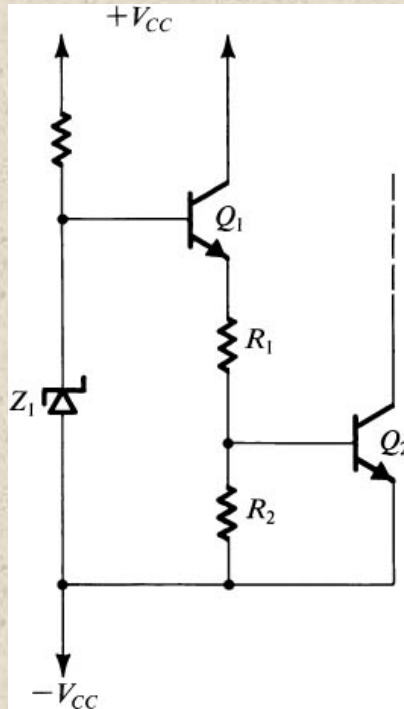
- Protecció davant un event accidental de curt-circuit a la sortida



- Amb funcionament normal, Q_5 està en tall i el corrent circula cap a la càrrega a través de Q_1 i R_5
- Quan I_L supera un cert valor ($V_{BE5(act)}/R_{E1}$) Q_5 passa a activa, I_{C5} augmenta provocant un decrement en I_{B1} i, conseqüentment, en I_L
- I_L queda limitada ($I_{Llim} \approx V_{BE5(act)}/R_{E1}$) i, per tant, $v_{Omax} = I_{Llim} \cdot R_L$
- El principal inconvenient es que la tensió $V_{RE1,2}$ obliga a **redissenyar V_{BB}** , però les resistències $R_{E1,2}$ ofereixen **protecció** davant del *thermal runaway*

Thermal Shutdown

- Circuit que **sensa** la temperatura i activa un BJT que treballa com interruptor quan s'excedeix un cert valor
- El BJT es connecta de manera que absorbi literalment el corrent I_{bias}
- Funcionament:



- **Funcionament:**

- Q_2 està desactivat (tall) en funcionament normal
- L'efecte combinat del funcionament de Z_1 i Q_1 quan esdevé un augment de la temperatura, provoca un augment en I_{C1} que augmenta la tensió en la base de Q_2 i el satura
- Connectat el col·lector de Q_2 a la base del BJT de potència (Q_N), el talla evitant la seva destrucció
- **En la classe AB és necessari un ThS complementari per protegir els dos BJTs**

BJT's de potència. Consideracions

- Degut al tamany dels BJT de potència, alguns paràmetres d'aquests dispositius varien **significativament** respecte als BJT de petit senyal
 - La relació $i_C - v_{BE}$ presenta una constant $n=2 \rightarrow i_C = I_S e^{v_{BE}/2V_T}$
 - β és considerablement petita (**30-80**) però pot arribar fins a **5**
 - Són més **lents**. La seva freqüència de treball (f_T) és relativament baixa ja que C_μ i C_π augmenten considerablement
 - I_{CBO} i BV_{CEO} són elevats
 - **Molt baixa impedància d'entrada** h_{ie} (10-40 Ω)
- La característica principal ve determinada per un **corrent de col·lector** I_{Cmax} **elevat** (del ordre de 100A) però això obliga a tenir presents les especificacions de **dissipació de calor**

Dissipació de calor

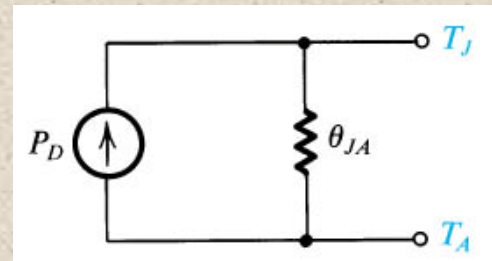
- **Temperatura en la unió (T_J)**

- Els BJT's de potència dissipen grans quantitats de potència en forma de calor que fan augmentar T_J
- Si T_J excedeix un valor **crític** ($150^\circ\text{C} < T_{jmax} < 200^\circ\text{C}$ per als BJT fets de silici) el dispositiu queda danyat de manera permanent i irreversible

- **Resistència tèrmica (θ_{JA})**

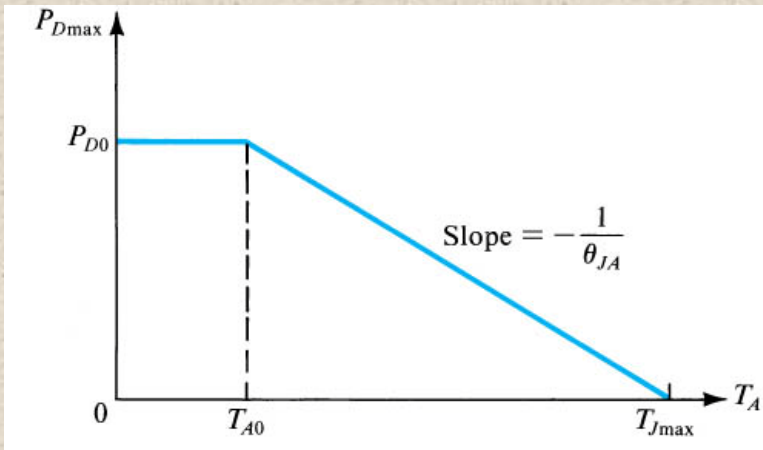
- Expressa l'increment de T_J per wat de P_D que es dissipa i que es radia cap a fora del BJT desde la unió a la càpsula (**j**unction-**c**ase) i desde la càpsula al medi ambient (**c**ase-**a**mbient)

$$T_J - T_A = \theta_{JA} \cdot P_D$$



Potència dissipada vs Temperatura

- Interessa que el valor de θ_{JA} sigui el més **petit** possible
- El fabricant del dispositiu normalment especifica T_{jmax} respecte una determinada temperatura ambient ($T_{A0} \approx 25^\circ\text{C}$), la potència dissipada en aquest punt (P_{D0}) i la resistència tèrmica (θ_{JA}) treballant al aire lliure (**sense radiadors** incorporats)



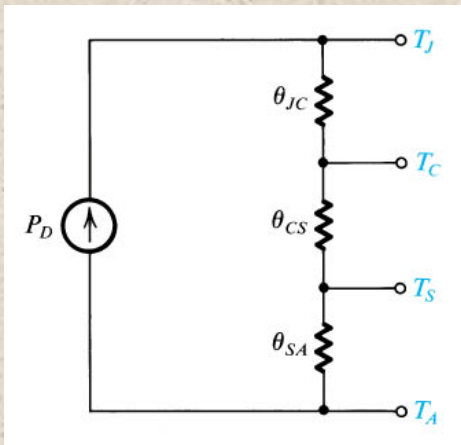
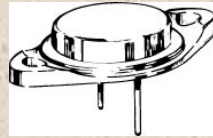
- Adicionalment, alguns fabricants proporcionen un gràfic que indica la potència que pot dissipar el dispositiu segons la temperatura ambient a la que està sotmès
 - Condicions ambientals hostils (T_A elevades) **limiten** la potència de dissipació
- θ_{JA} dels BJTs de potència es pot reduir mitjançant **radiadors**

Radiadors

- θ_{JA} es pot expressar con una **suma** de resistències tèrmiques en diferents parts del BJT

$$\theta_{JA} = \theta_{JC} + \theta_{CA} \longrightarrow \begin{array}{l} \theta_{JC} \text{.- Junction-Case thermal resistance} \\ \theta_{CA} \text{.- Case-Ambient thermal resistance} \end{array}$$

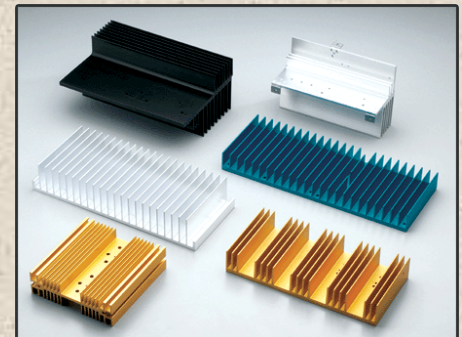
- θ_{JC} es pot reduir encapsulant el dispositiu en una gran càpsula de metall (encapsulat TO3)
- θ_{CA} es redueix considerablement utilitzant **radiadors**



$$T_J - T_A = P_D (\theta_{JC} + \theta_{CS} + \theta_{SA})$$

Fabricant de
BJTs

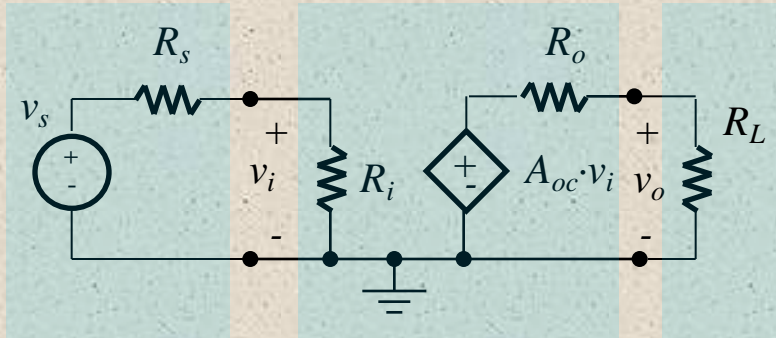
Fabricant de
radiadors



L'amplificació: $x_o(t) = Ax_i(t)$

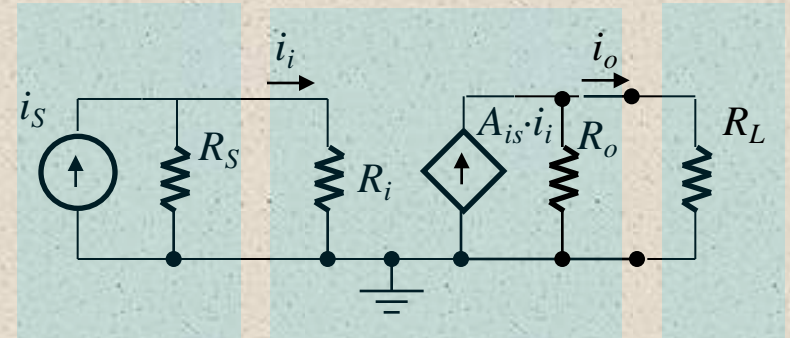
- Conceptes fonamentals:

Amplificador de tensió



$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{R_i}{R_s + R_i} \cdot A_{oc} \cdot \frac{R_L}{R_L + R_o} \rightarrow \text{Guany (V/V)}$$

Amplificador de corrent



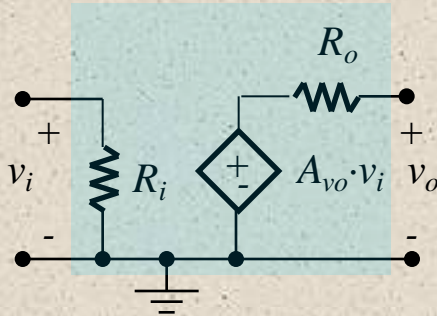
$$\frac{i_o}{i_s} = \frac{R_s}{R_s + R_i} \cdot A_{is} \cdot \frac{R_o}{R_L + R_o} \rightarrow \text{Guany (A/A)}$$

- Efectes de càrrega (*loading*).- Atenuació de guany provocada per R_i i R_o

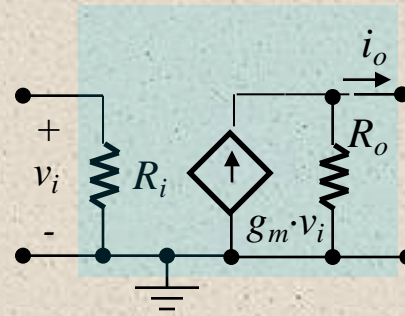
Altres configuracions

- 4 configuracions segons entrada i sortida siguin en **tensió** o **corrent**

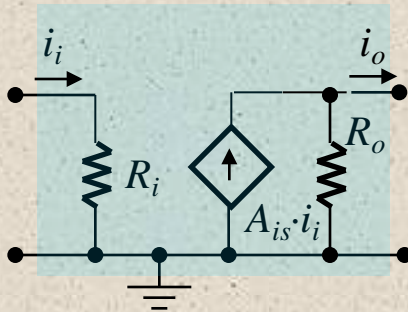
Amplificador **VCVS**
(de tensió)



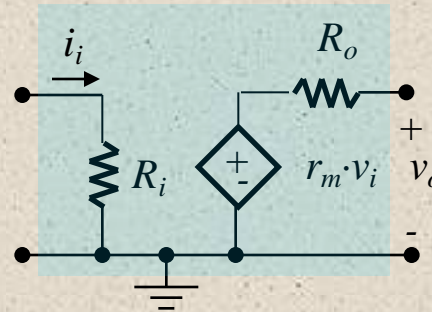
Amplificador **VCCS**
(de transconductància)



Amplificador **CCCS**
(de corrent)



Amplificador **CCVS**
(de transresistència)

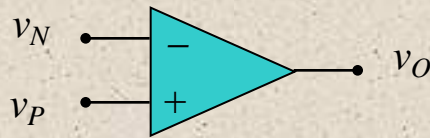


- Característiques ideals**

Entrada	Sortida	Tipus d'amplificador	Guany	R_i	R_o
v_i	v_o	Tensió	(V/V)	∞	0
i_i	i_o	Corrent	(A/A)	0	∞
v_i	i_o	Transconductància	(A/V)	∞	∞
i_i	v_o	Transresistència	(V/A)	0	0

L'amplificador operacional

- Amplificador de tensió amb **guany extremadament elevat**



$$v_O = a_{OL} \cdot v_D = a_{OL} \cdot (v_P - v_N)$$

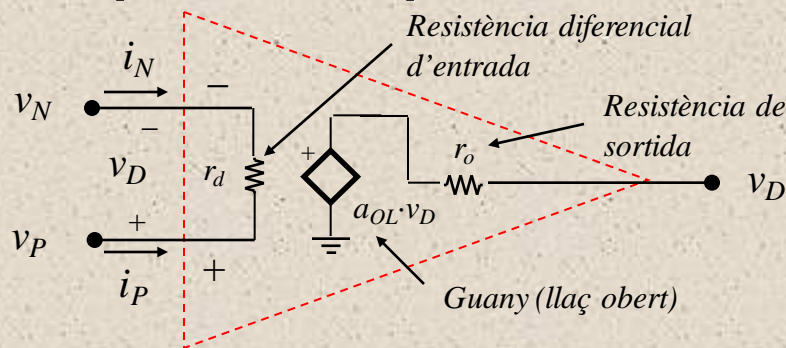
OL.- Llaç obert (Open loop)

- Característiques de funcionament bàsiques:**

- Entrada **diferencial** ($v_D = v_P - v_N$) i sortida **unipolar**

- Guany: 100 – 150dB $\left. \frac{v_O}{v_D} \right|_{dB} = 20 \cdot \log a_{OL} \rightarrow a \approx 200.000 - 12.000.000 \text{ (V/V)}$

- Model del amplificador operacional**



Especificacions ideals

$$a_{OL} = \infty$$

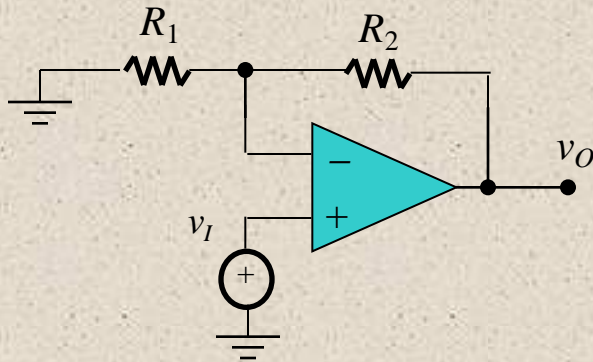
$$r_D = \infty$$

$$r_o = 0$$

$$i_P = i_N = 0$$

L'amplificador no inversor

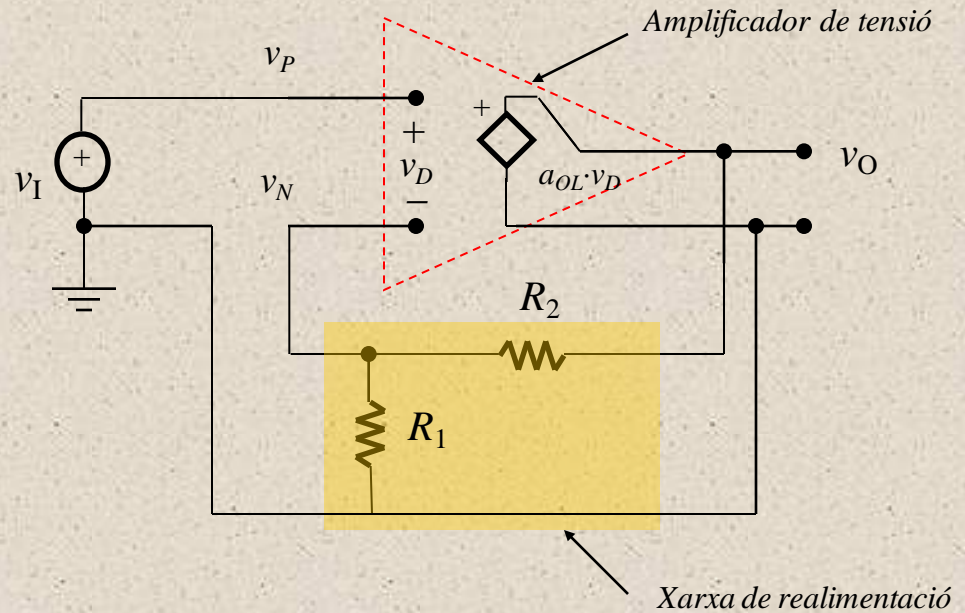
- Anàlisi:



- Relació sortida-entrada

$$\left. \begin{aligned} v_P &= v_I \\ v_N &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O \\ v_O &= a_{OL}(v_P - v_N) \end{aligned} \right\} \longrightarrow v_O = a_{OL} \left(v_I - \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O \right) \longrightarrow \frac{v_O}{v_I} = \frac{a_{OL}}{1 + \frac{R_1 \cdot a_{OL}}{R_1 + R_2}} = A_{CL}$$

CL.- Llaç tancat



- Exercici 1.1:** Calcular v_O si: 1) $a_{OL} = 10^2$ (V/V), 2) $a_{OL} = 10^4$ (V/V) i 3) $a_{OL} = 10^6$ (V/V). Dades: $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 18\text{k}\Omega$, $v_I = 1\text{V}$

$$1) v_O = 9.091\text{V}$$

$$2) v_O = 9.90\text{V}$$

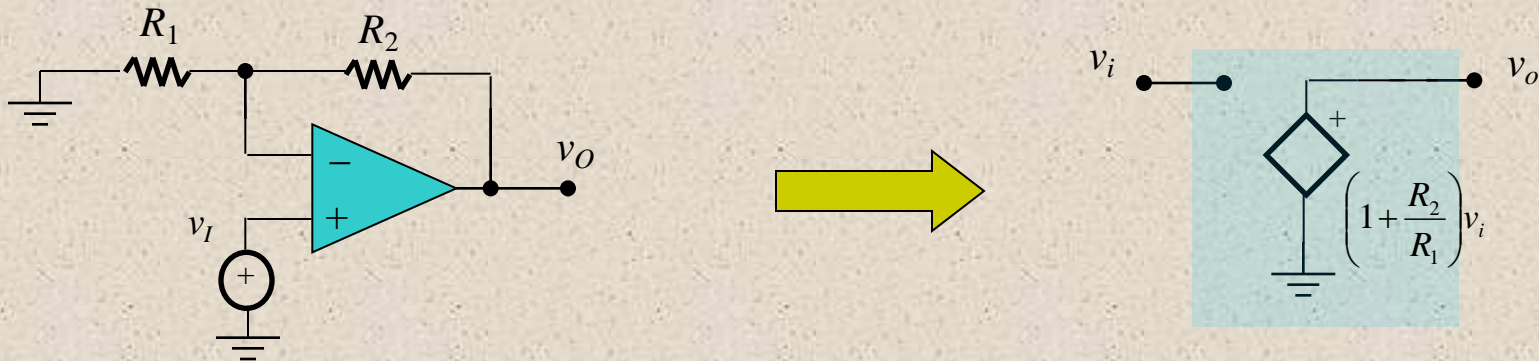
$$3) v_O = 9.9999\text{V}$$

L'amplificador no inversor (i II)

- Si $a \rightarrow \infty$, A_{CL} no depèn del operacional i el seu valor es configura mitjançant R_1 i R_2 .

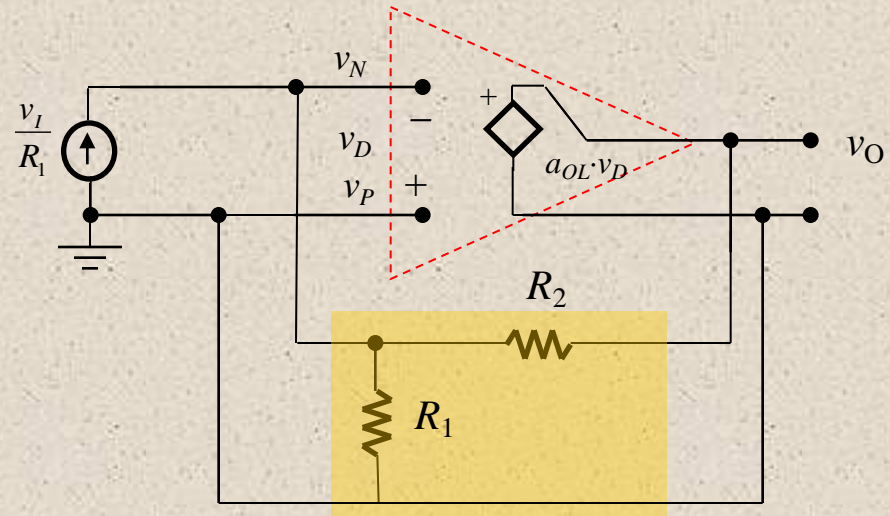
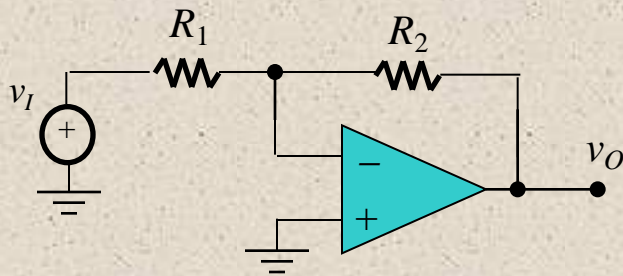
$$A_{CL(ideal)} = \lim_{a_{OL} \rightarrow \infty} A_{CL} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Model simplificat del no inversor



L'amplificador inversor.

- **Exercici 1.2:** Obtingueu la relació sortida-entrada del amplificador inversor

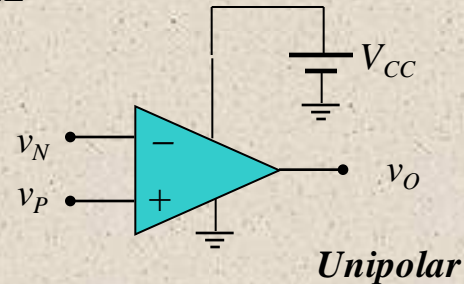
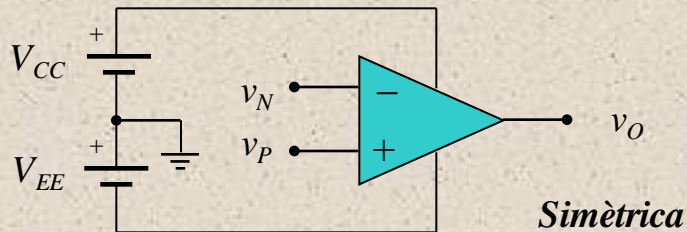


$$A_{CL} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)/a_{OL}}$$

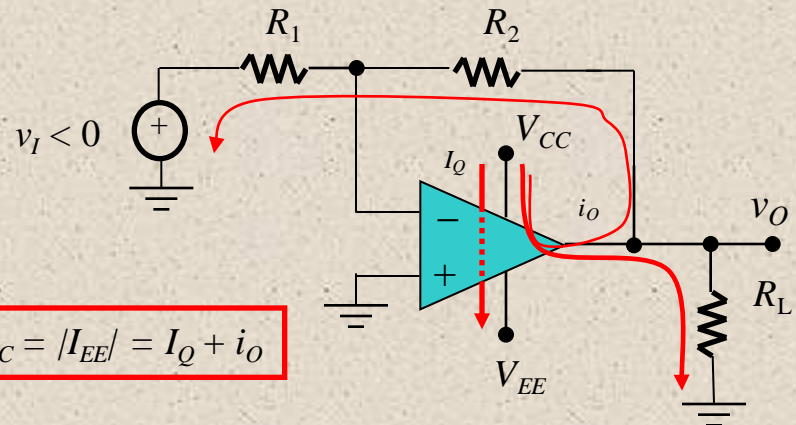
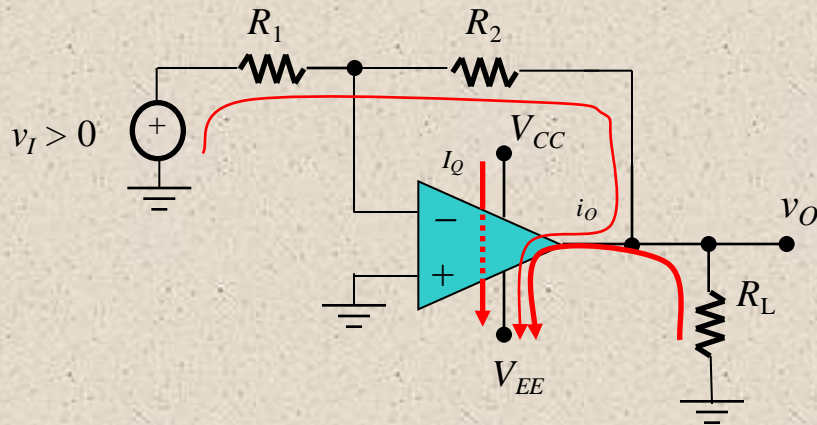
$$A_{CL(ideal)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Alimentació

- **Simètrica** (V_{CC} i V_{EE}) i **unipolar** (V_{CC} o $V_{EE} = 0$)



- Direcció dels corrents d'alimentació en l'inversor

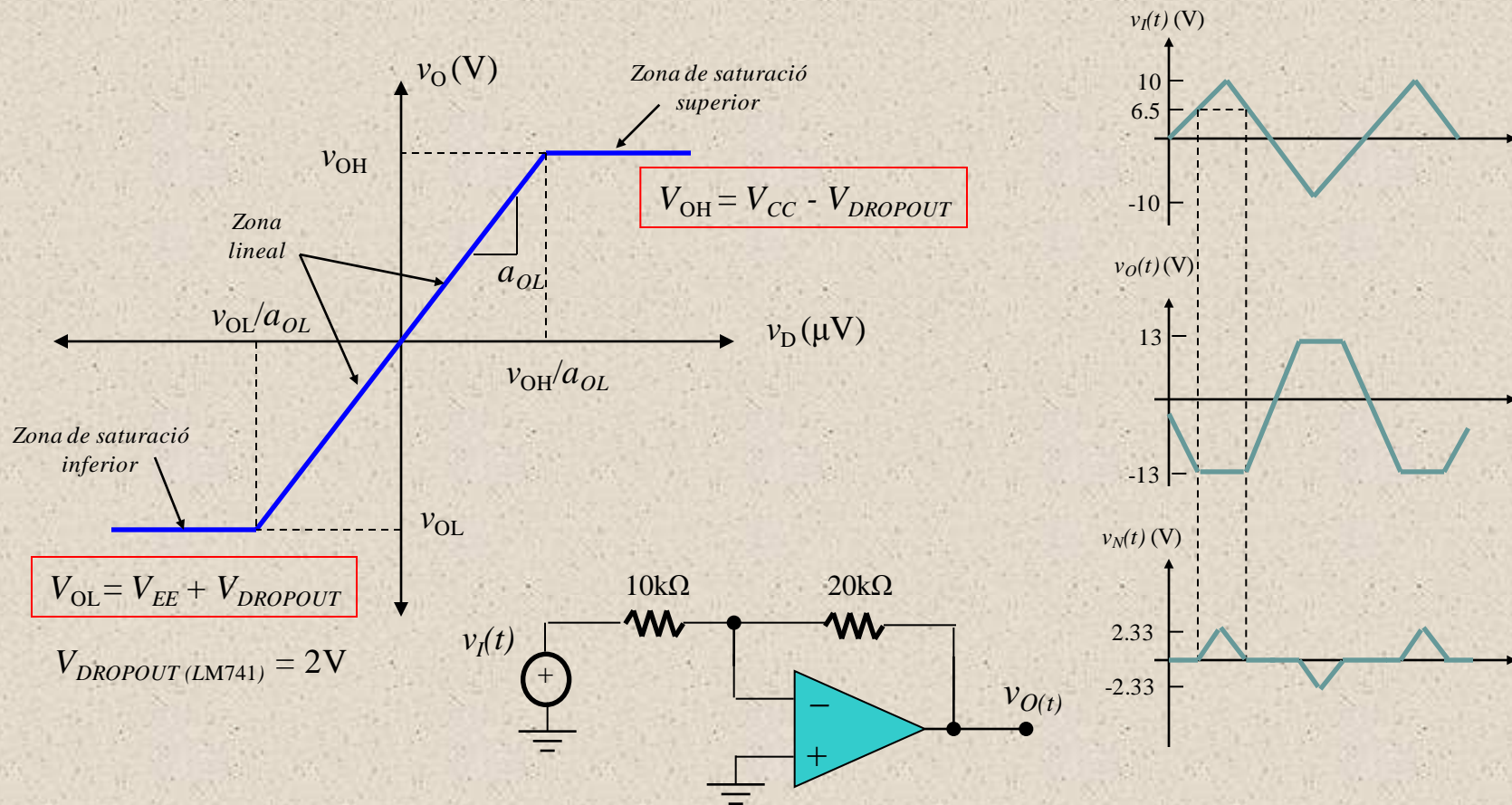


$$I_{CC} = |I_{EE}| = I_Q + i_O$$

- I_Q .- corrent de polarització en l'etapa de sortida del operacional (informació que proporciona el fabricant: $I_{Q(LM741)} \approx 0.5\text{mA}$)

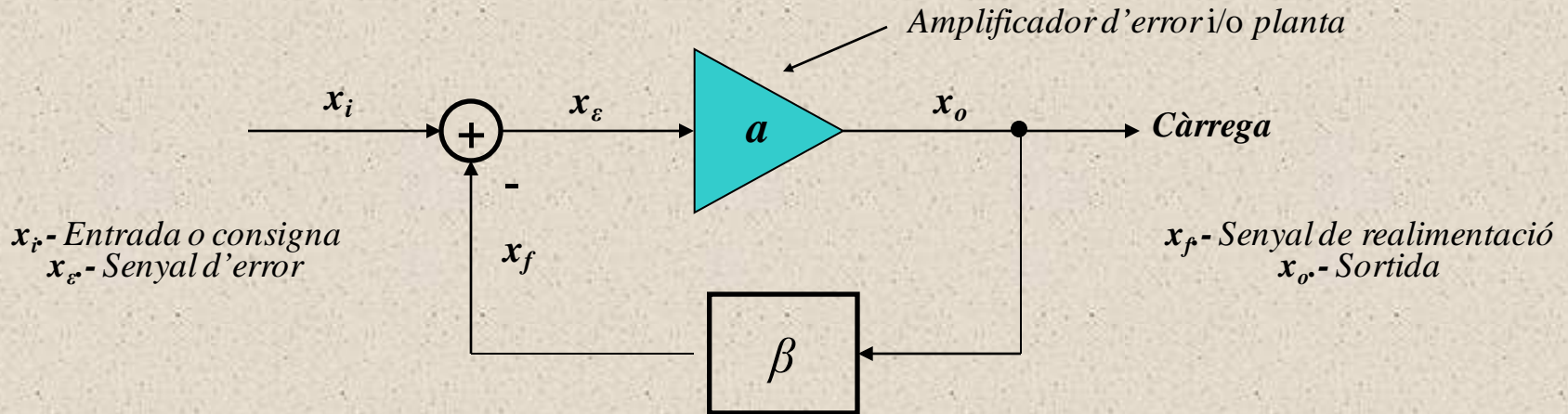
Característica de sortida

- Valor màxim de sortida limitada per l'alimentació (V_{CC} i V_{EE})



Realimentació negativa

- Punt de vista dels sistemes de control



$$\left. \begin{aligned} x_o &= a \cdot x_\epsilon \\ x_f &= \beta \cdot x_o \\ x_\epsilon &= x_i - x_f \end{aligned} \right\}$$

$$A_{CL} = \frac{x_o}{x_i} = \frac{a}{1 + a \cdot \beta}$$

β .- Factor de realimentació
 $T = a \cdot \beta$.- Guany de llaç

\bullet Si $T \rightarrow \infty \rightarrow A_{CL(Ideal)} = \lim_{T \rightarrow \infty} A_{CL} = \frac{1}{\beta} \rightarrow A_{CL} = A_{CL(Ideal)} \cdot \frac{T}{1+T}$
 Funció d'error $\rightarrow \frac{T}{1+T} = 1 - \epsilon \rightarrow \epsilon = \frac{x_\epsilon}{x_i} = \frac{1}{1+T}$

Pros i contres de la realimentació

- **Pros:**

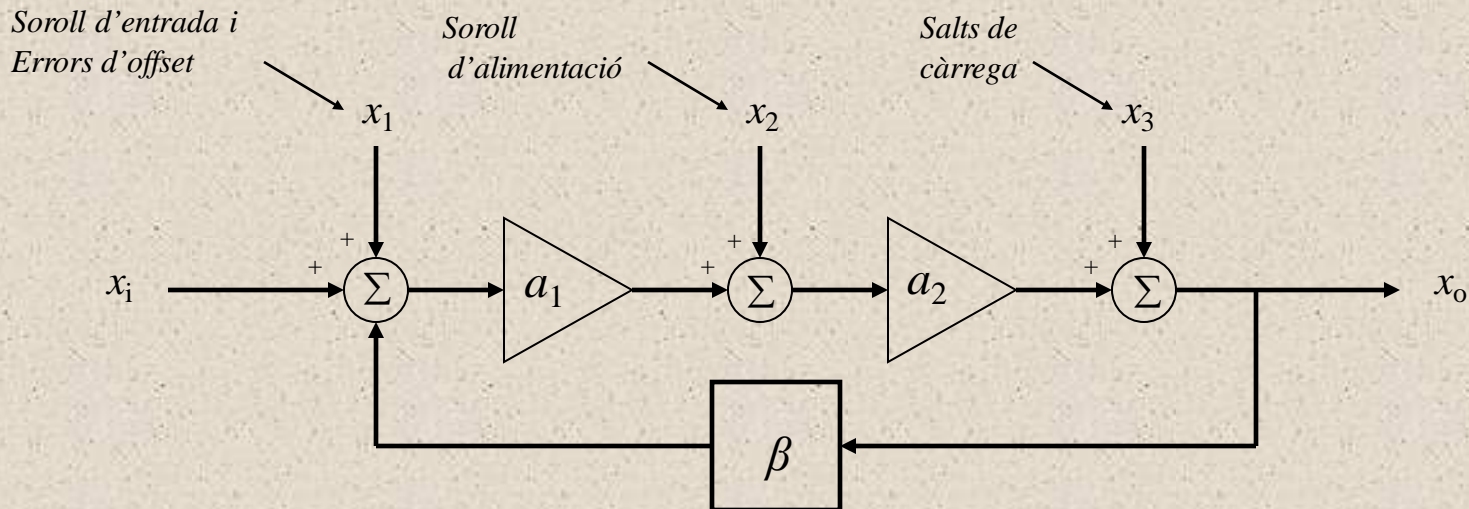
- **Disseny de A_{CL} més senzill** (Només cal que el guany (a) en llaç obert sigui el més gran possible)
- **Redueix distorsió harmònica (THD) i el soroll**
- **Millora ample de banda (BW)**
- **Millora insensibilitat del guany A_{CL} a les variacions paramètriques dels dispositius**
- Control de la resposta al esgraó → Control industrial (**TCON**)
- Augment de Z_{in} i disminució de Z_{ou} segons topologia

- **Contres:**

- Reducció del guany ($A_f < A$)
- Inestabilitat dels **pols** si no es dissenyen acuradament
- Disminució de Z_{in} i augment de Z_{ou} segons topologia

Soroll i interferències

- La realimentació negativa també és un mecanisme per reduir la sensibilitat dels sistemes electrònics a algunes fonts d'interferència



$$x_o = \frac{a_1 \cdot a_2}{1 + a_1 \cdot a_2 \cdot \beta} \left(x_i + x_1 + \frac{x_2}{a_1} + \frac{x_3}{a_1 \cdot a_2} \right)$$

- Característica explotada en aplicacions d'amplificadors d'àudio

Sensibilitat

- Sempre que T sigui elevat, variacions en a no alteren el guany A_{CL}
- β fixa el valor A_{CL} sense garantir la seva estabilitat

Amplificador inversor

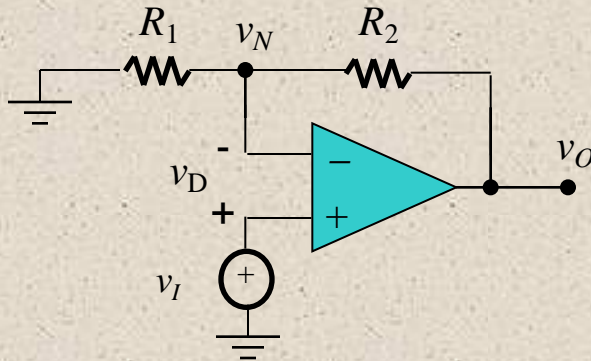
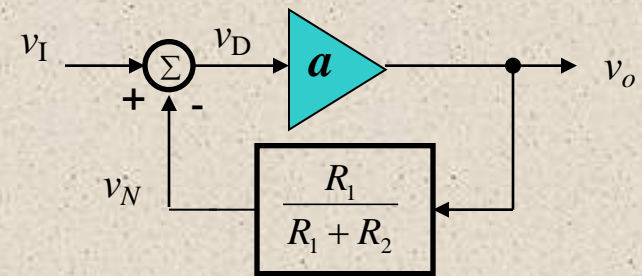


Diagrama de blocs



$$A_{CL} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{a}{1 + a \cdot \beta} \longrightarrow \frac{dA_{CL}}{da} = \frac{1}{(1 + a \cdot \beta)^2} \longrightarrow \frac{\Delta A_{CL}}{A_{CL}} = \frac{1}{(1 + T)} \cdot \frac{\Delta a}{a}$$

$(1 + a \cdot \beta) = a / A_{CL}$

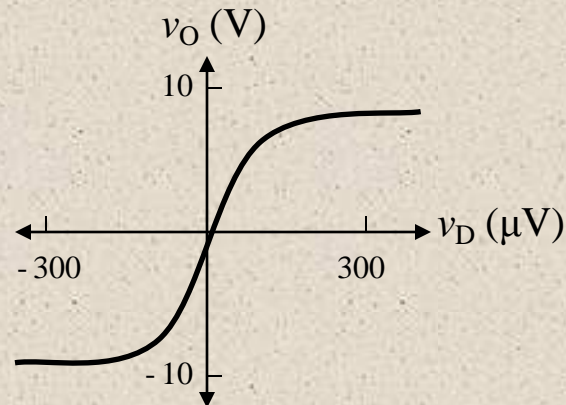
$$\frac{dA_{CL}}{d\beta} = -\frac{a^2}{(1 + a \cdot \beta)^2} = -\frac{a \cdot A_{CL}}{(1 + a \cdot \beta)} \longrightarrow \frac{\Delta A_{CL}}{A_{CL}} = -\frac{\Delta \beta}{\beta}$$

- Necessitat d'implementar β amb components de qualitat com per seguir el senyal v_o

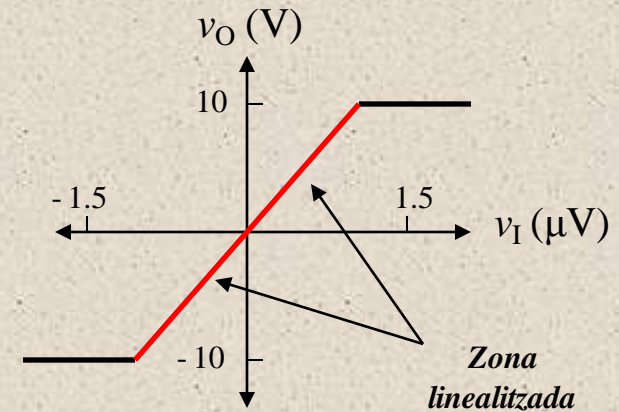
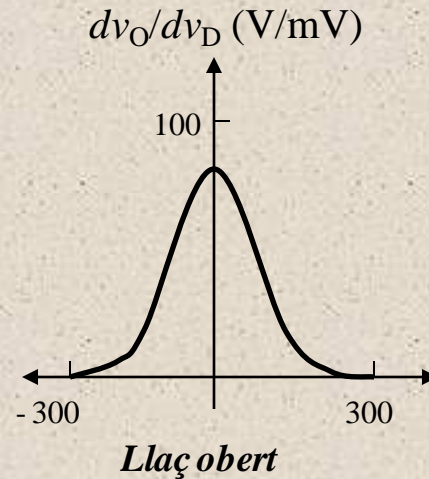
Linealització de la sortida

- Linealitzant la sortida amb la realimentació negativa permet reduir la distorsió harmònica

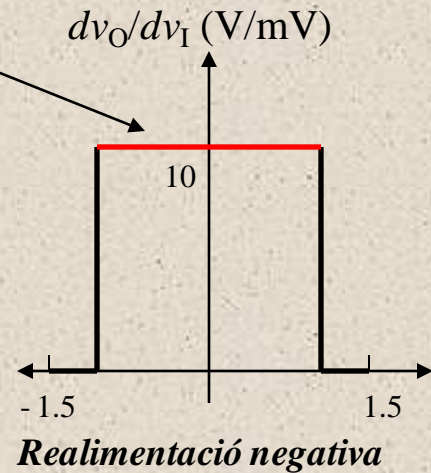
Característica de sortida



Guany del sistema

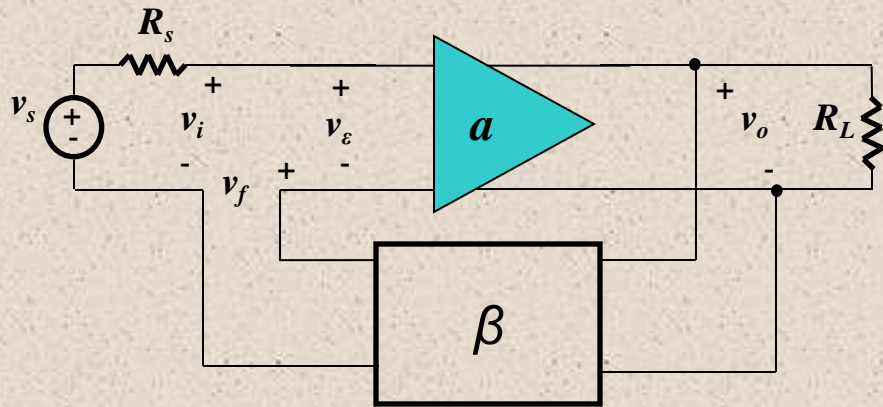


Guany constant

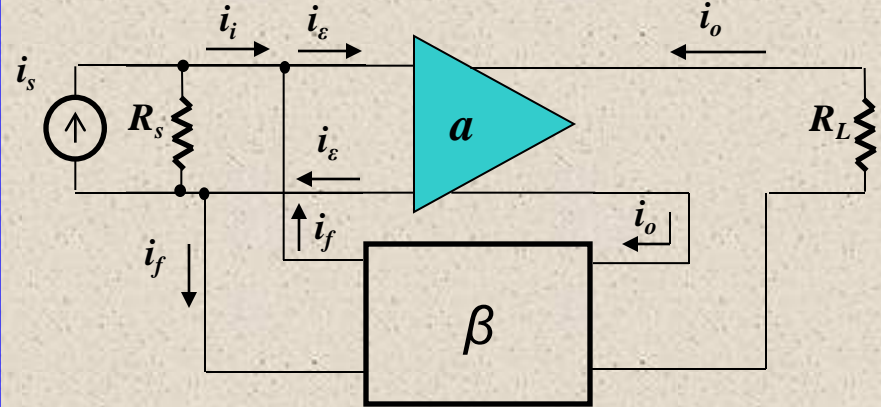


Configuracions de realimentació

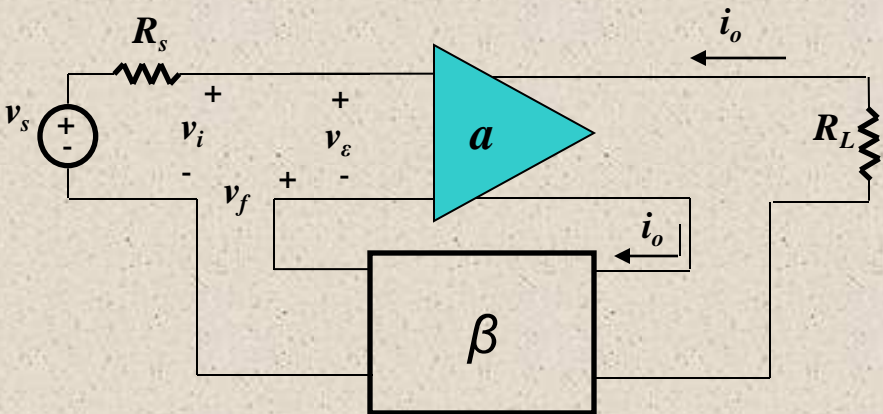
1 *series-shunt*



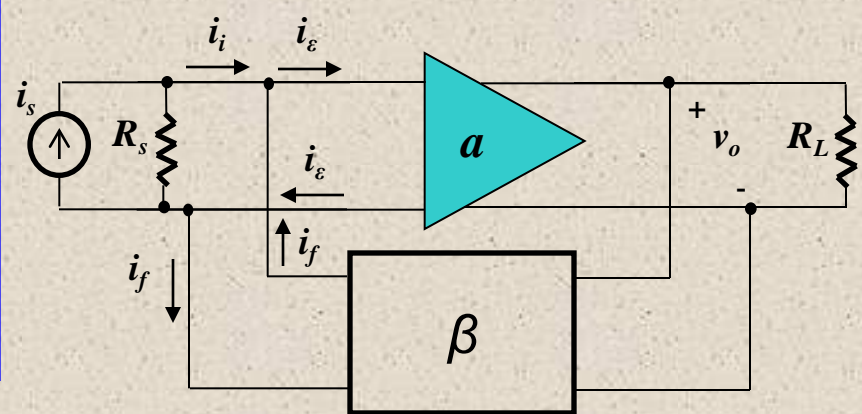
2 *shunt-series*



3 *series-series*



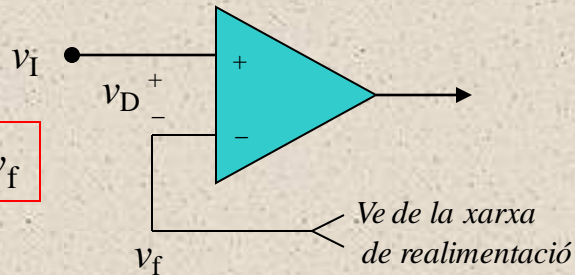
4 *shunt-shunt*



Configuracions entrada/sortida

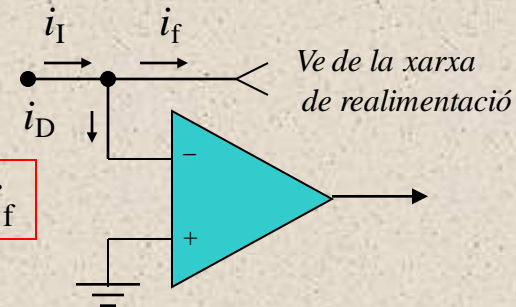
- Segons la **comparació a l'entrada** i **el mostreig a la sortida**

Tensió



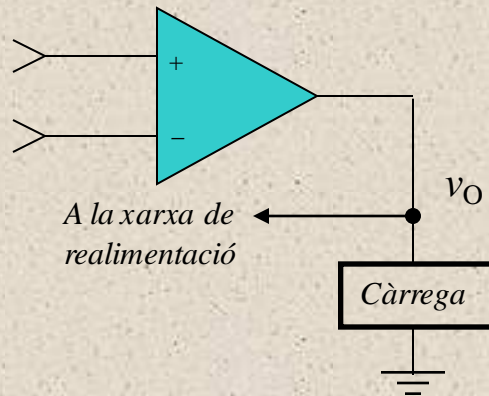
$$v_D = v_I - v_f$$

Corrent

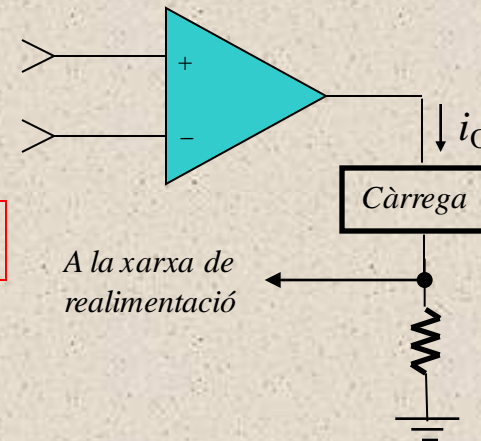


$$i_D = i_I - i_f$$

Entrada
(Comparació)



$$x_f = \beta \cdot v_o$$

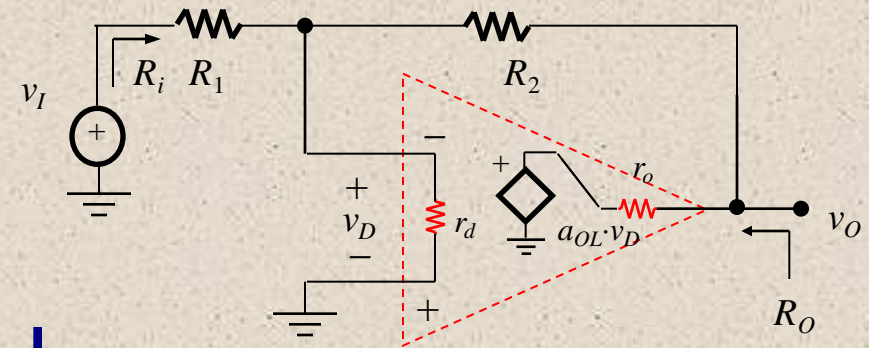
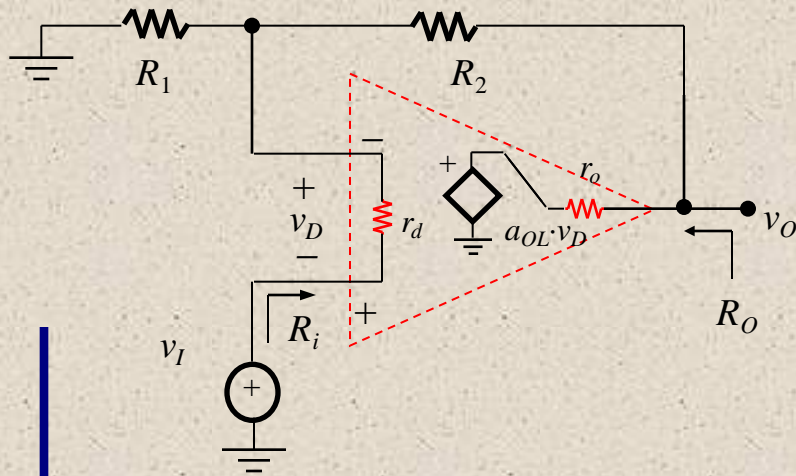


$$x_f = \beta \cdot i_o$$

Sortida
(Mostreig)

Consideracions sobre r_d i r_o

- Amplificador no inversor i inversor



$$\begin{aligned}
 A_{CL} &= \frac{(1 + R_2/R_1)a + r_o/r_d}{1 + a + R_2/R_1 + (R_2 + r_o)/r_d + r_o/R_1} \\
 R_i &= r_d \left(1 + \frac{a}{1 + (R_2 + r_o)/R_1} \right) + R_1 \parallel (R_2 + r_o) \\
 R_o &= \frac{r_o}{1 + (a + r_o/R_1 + r_o/r_d)/(1 + R_2/R_1 + R_2/r_d)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{CL} &= -\frac{aR_2 - r_o}{(1 + a)R_1 + (R_2 + r_o)(1 + R_1/r_d)} \\
 R_i &= R_1 + \frac{R_2 + r_o}{1 + a + (R_2 + r_o)/r_d} \\
 R_o &= \frac{r_o}{1 + aR_1/(R_1 + R_2)}
 \end{aligned}$$

Consideracions sobre r_d i r_o (i II)

- Aproximacions a considerar en el disseny

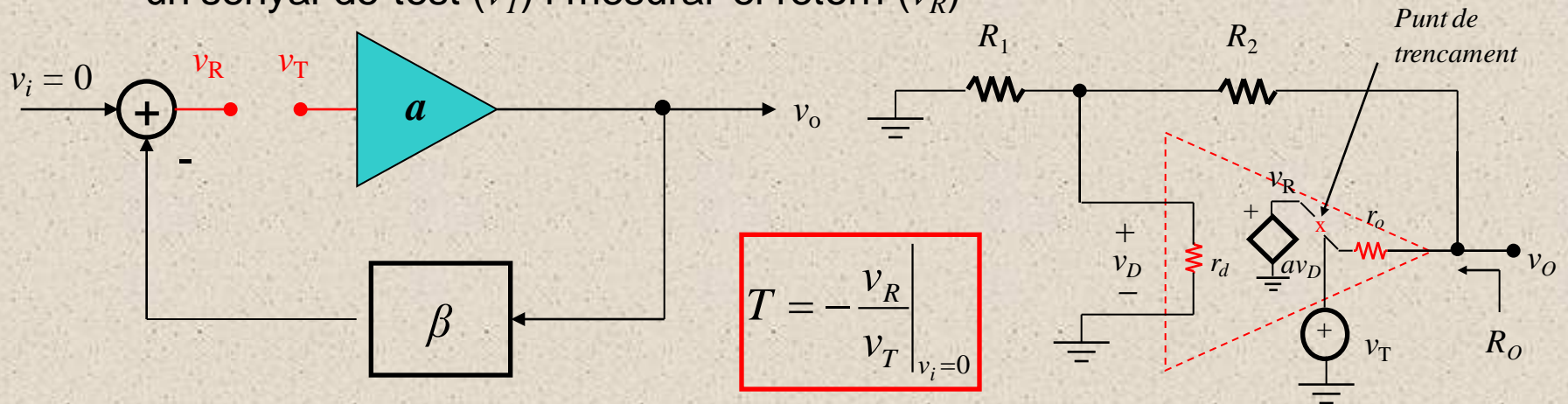
- No Inversor: $[r_o/r_d, (R_2 + r_o)/r_d, r_o/R_1] \ll (1 + a) \quad r_o \ll R_2 \quad \frac{r_o}{R_1} \approx \frac{r_o}{r_d} \approx \frac{R_2}{r_d} \approx 0$
- Inversor: $\frac{R_1}{r_d} \ll 1 \quad r_o \ll R_2 \quad (R_2 + r_o)/r_d \ll a$

	A_{CL}	R_i	R_o	β	$T = a \cdot \beta$
<i>No inverter</i>	$\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{T}{1 + T}$	$r_d(1 + T)$	$\frac{r_o}{1 + T}$	$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$	$\frac{aR_1}{R_1 + R_2}$
<i>Inverter</i>	$\left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \frac{T}{1 + T}$	R_1			

- A , R_i i R_o , s'apropen al comportament ideal, excepte en R_i del inverter (que s'ha de dissenyar amb una R_1 elevada)
- Exercici 1.4:** Determineu analíticament les expressions anteriors

Mesura directa de T

- Quan interessa saber l'**estabilitat** del sistema, T es determina de forma directa
- Mètode:
 - 1) Eliminar l'entrada ($v_i = 0$), 2) Tallar en un punt del laç (p.e. v_D), 3) Utilitzar un senyal de test (v_T) i mesurar el retorn (v_R)

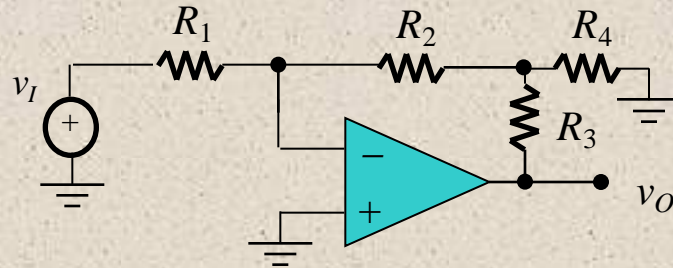


- Opcionalment, es pot trobar el factor β i multiplicar pel guany en laç obert del operacional (a)

Exemple

- **Exercici 1.5:** Donat el següent circuit, Trobeu:

- 1) Expressió i valor del guany ideal A_{CL}
- 2) La desviació respecte al guany real si $r_d = 1\text{M}\Omega$, $a = 10^5 \text{ V/V}$ i $r_o = 100\Omega$



- Dades: $R_1 = R_2 = 1\text{M}\Omega$, $R_3 = 100\text{k}\Omega$, $R_4 = 1\text{k}\Omega$ i $R_L = 2\text{k}\Omega$

- Solució:

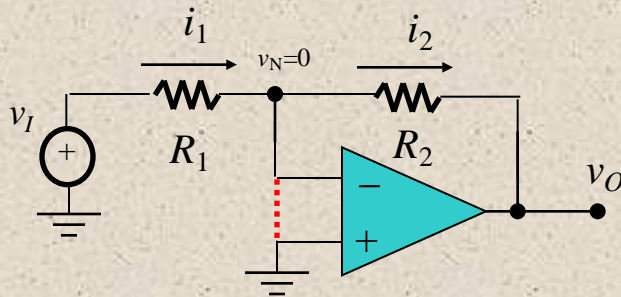
$$1) \quad A_{CL} = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right) = -101.1 \text{ V/V} \quad 2) \text{ error} = -0.32\%$$

Anàlisi amb operacionals ideals

- Amb **realimentació negativa**, donat que $v_D = a \cdot (v_P - v_N)$ i $a \rightarrow \infty$, l'operacional proporciona la tensió de sortida que necessita per a que v_D sigui nul·la
- Condicció de **curtcircuit virtual**: $v_D = 0$, $i_P = i_N = 0$

$$v_D = \frac{v_O}{a} \longrightarrow \lim_{a \rightarrow \infty} v_D = 0 \longrightarrow \lim_{a \rightarrow \infty} v_N = v_P$$

- Revisió de l'anàlisi amb l'amplificador inversor.



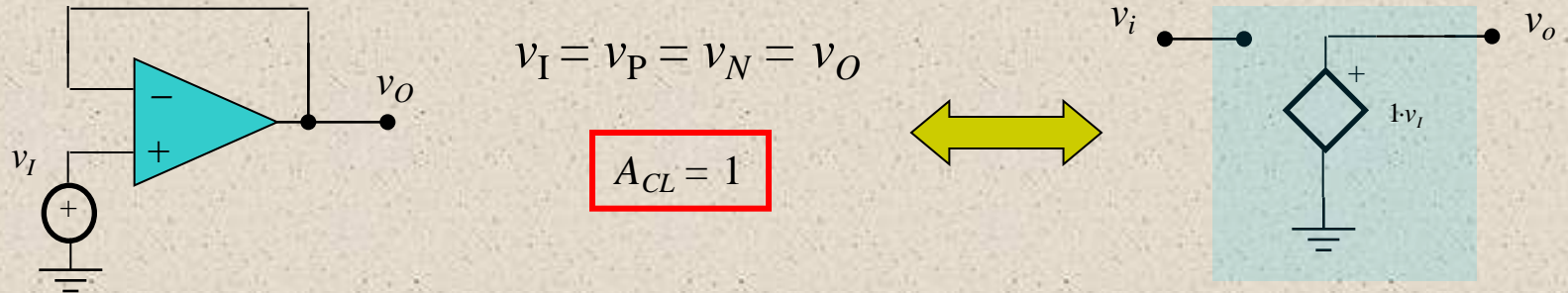
$$\frac{v_I - 0}{R_1} = \frac{0 - v_O}{R_2}$$

$$A_{CL(Ideal)} = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}$$

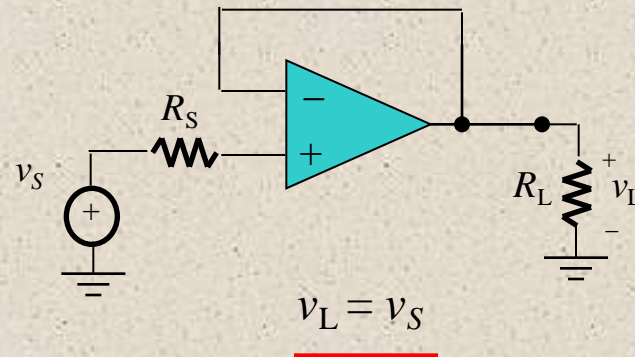
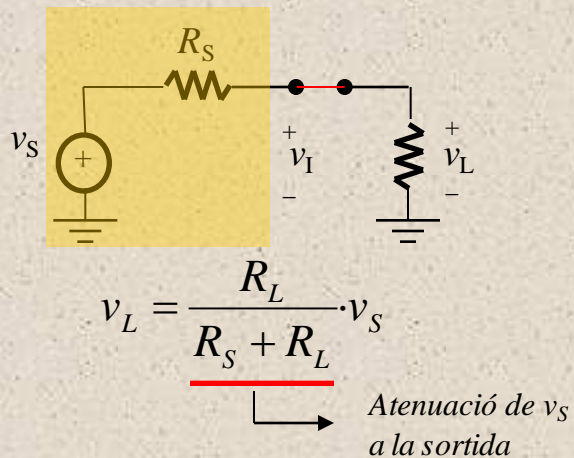
- El **mètode de superposició** és més pràctic en l'anàlisi amb amplificadors operacionals

Altres circuits bàsics

- El **seguidor de tensió**

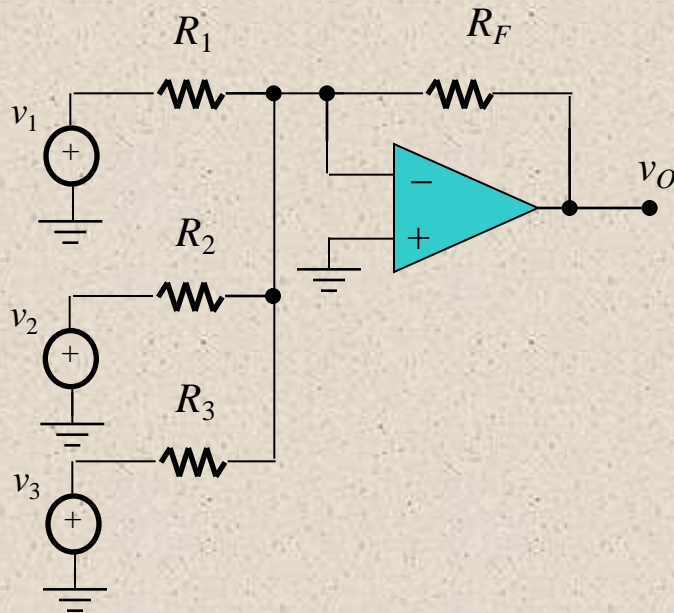


- Utilitzats com a **buffer** per regenerar senyals amb més capacitat de corrent



Circuits sumadors/restadors

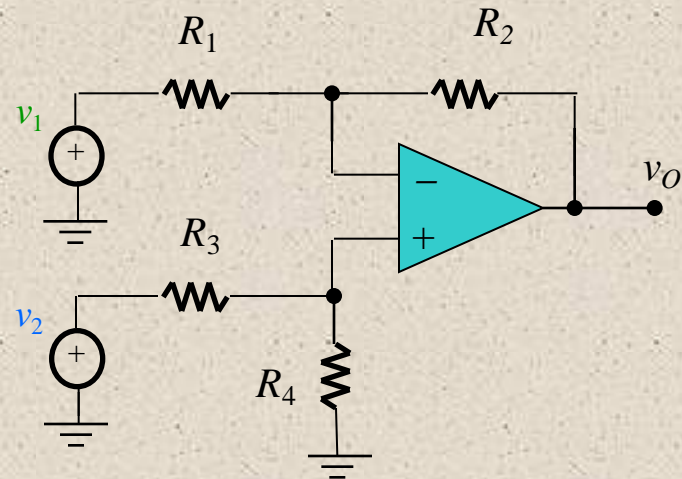
Sumador inversor



$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} = -\frac{v_O}{R_F}$$

$$A_{CL} = -R_F \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} \right)$$

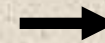
Restador



$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot v_2 - \frac{R_2}{R_1} \cdot v_1$$

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + R_1/R_2}{1 + R_3/R_4} \cdot v_2 - v_1 \right)$$

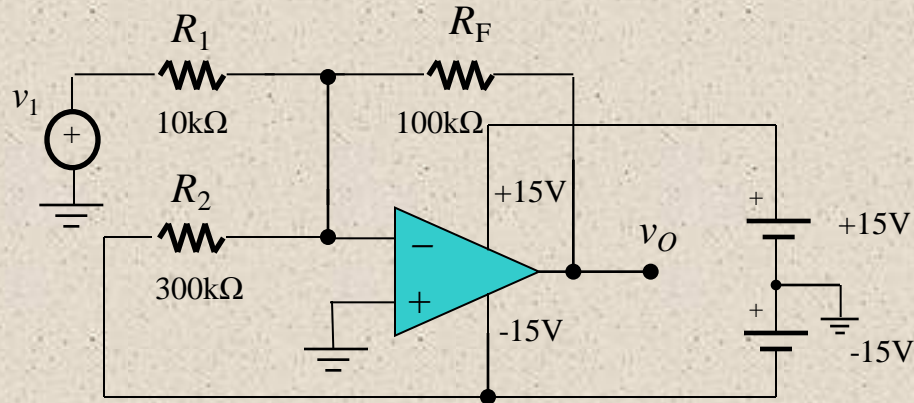
Si $R_3/R_4 = R_1/R_2$



$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$

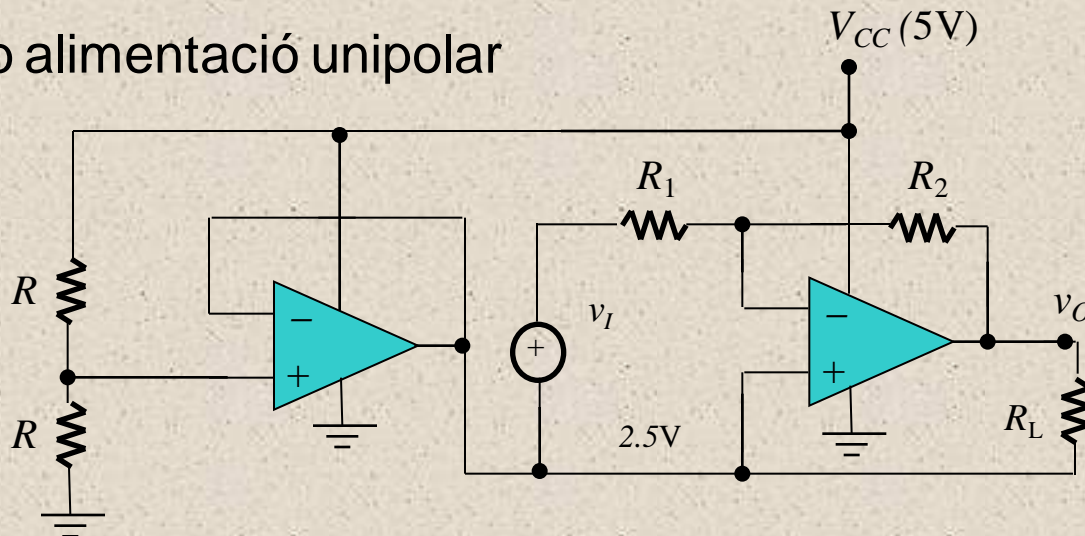
Aplicacions de les configuracions bàsiques

- Desplaçadors de nivell DC



$$v_O = -10 \cdot v_I + 5\text{V}$$

- Amb alimentació unipolar



Exercicis

- **Exercici 1.6:** Amb un **sumador inversor** dissenyeu les resistències per tal de que el circuit implementi la funció

$$v_O = -2 \cdot (3 \cdot v_1 + 4 \cdot v_2 + 2 \cdot v_3)$$

- **Exercici 1.7:** Amb un **restador** dissenyeu el circuit per tal de que $v_O = v_2 - 3 \cdot v_1$ amb resistències d'entrada $R_{i1} = R_{i2} = 100\text{k}\Omega$

- **Exercici 1.8:** Dissenyeu un amplificador amb sis entrades i un operacional per tal que implementi la funció

$$v_O = v_2 + v_4 + v_6 - v_1 - v_3 - v_5$$

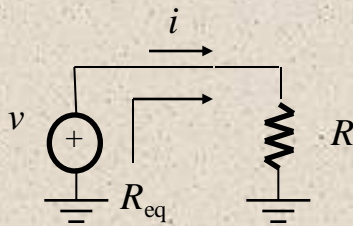
- **Exercici 1.9:** Usant una estructura semblant al exercici anterior, dissenyeu un amplificador de quatre entrades que implementi la funció:

$$v_O = 4 \cdot v_A - 3 \cdot v_B + 2v_C - v_D$$

NIC (Negative Impedance Converter)

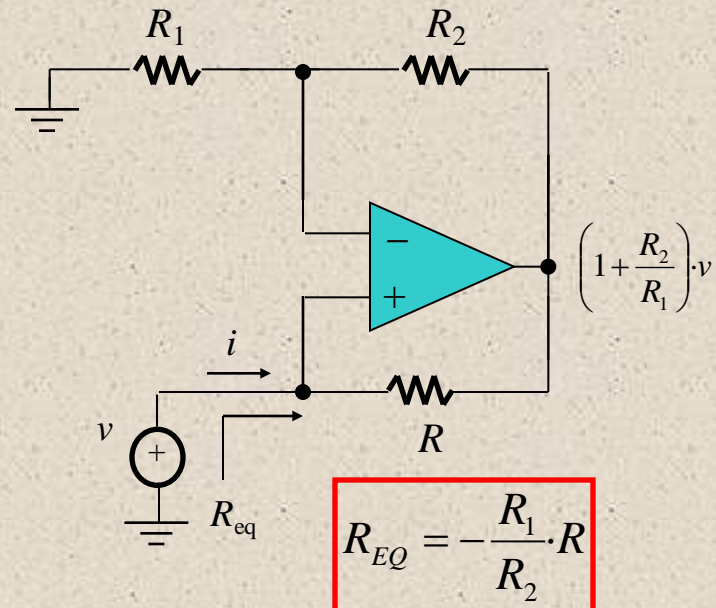
- Circuit que es comporta com una resistència negativa

*Resistència
positiva*



$$R_{eq} = R$$

*Resistència
negativa*

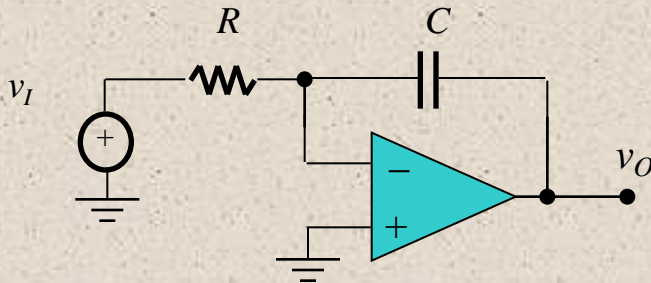


$$R_{EQ} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot R$$

- Per neutralitzar impedàncies no desitjades. Utilitzat en filtres actius analògics d'altres prestacions

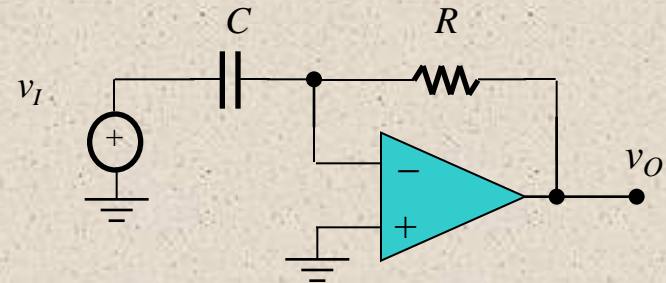
Circuits amb condensadors

Integrador



$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_I(\tau) d\tau + v_o(0)$$

Derivador



$$v_o(t) = -RC \frac{dv_I(t)}{dt}$$

- Sortida en el domini freqüencial ($s = j\omega = dv/dt$)

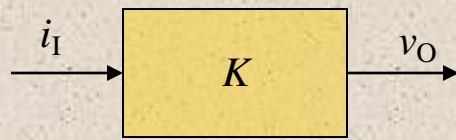
$$v_o(s) = -\frac{1}{RC \cdot s} \cdot v_I(s)$$

$$v_o(s) = -RC \cdot s \cdot v_I(s)$$

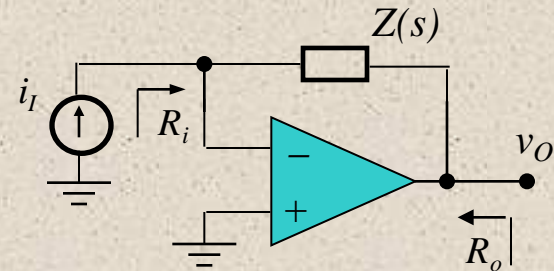
- Tot i els problemes de funcionament del circuit bàsic real, l'integrador i diferenciador són la base de moltes aplicacions: *Generadors de funcions, filtres analògics actius, conversors A/D, controladors analògics (PID), etc...*

Convertidor I-V

- És un amplificador de trans-resistència (o trans-impedància)



$$v_O = K \cdot i_I \quad K.- \text{ Sensibilitat}$$



$$v_O = -Z(s) \cdot i_I = -R \cdot i_I = A_{CL} \cdot i_I$$

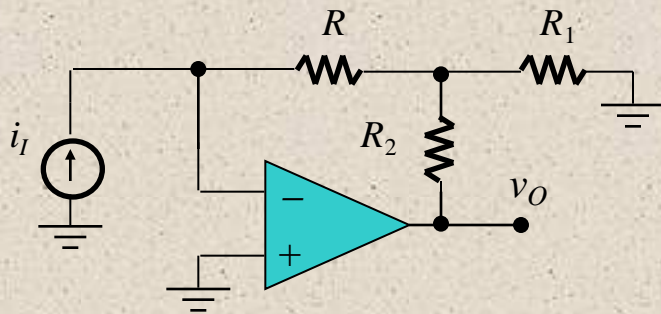
- Paràmetres enllaç tancat

$$A_{CL} = -R \frac{T}{1+T} \quad T = \frac{a \cdot r_d}{r_d + R + r_o} \quad R_i = \frac{r_d \parallel (R + r_o)}{1+T} \quad R_o \cong \frac{r_o}{1+T}$$

- Presenta l'inconvenient de que sensibilitats elevades ($V/\mu A$) requereixen resistències extremadament altes ($M\Omega$)
- Exercici 2.1:** Determineu els paràmetres enllaç tancat del convertidor I-V amb una $R=1M\Omega$

Convertidor I-V (sensibilitat elevada)

- Les **xarxes en T** (T-Networks) permeten augmentar la sensibilitat (o guany) de les configuracions sense necessitat d'utilitzar resistències molt elevades



$$v_O = -k \cdot R \cdot i_I$$
$$k = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R}$$

- Exercici 2.2:** 1) Determineu l'expressió del convertidor I-V en T. 2) Especifiqueu valors adients per a una sensibilitat de 0.1V/nA

Solució (No és única) : $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 99\text{k}\Omega$, $R = 1\text{M}\Omega$

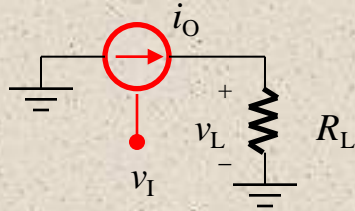
Fonts de corrent

- Amplificadors de trans-conductància (o trans-admitància)
- Configuracions amb **càrrega flotant** o **referida a massa**

Característiques

$$i_O = k \cdot v_I - \frac{v_L}{R_O}$$

$$R_O = \infty$$

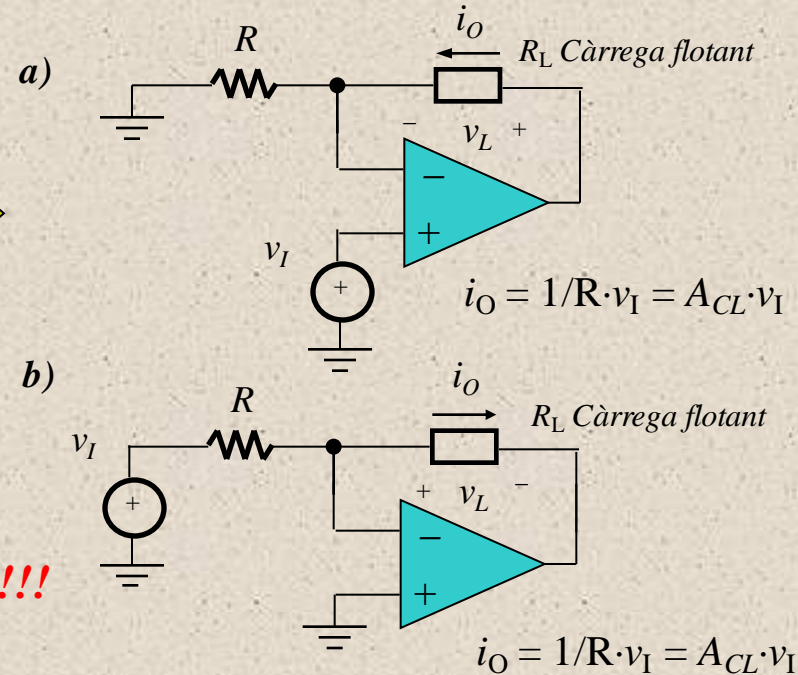


$$A_{CL} = \frac{1}{R} \cdot \frac{a - R/r_d}{1 + a + r_0/R + r_d}$$

$$R_0 = (R // r_d)(1 + a) + r_0$$

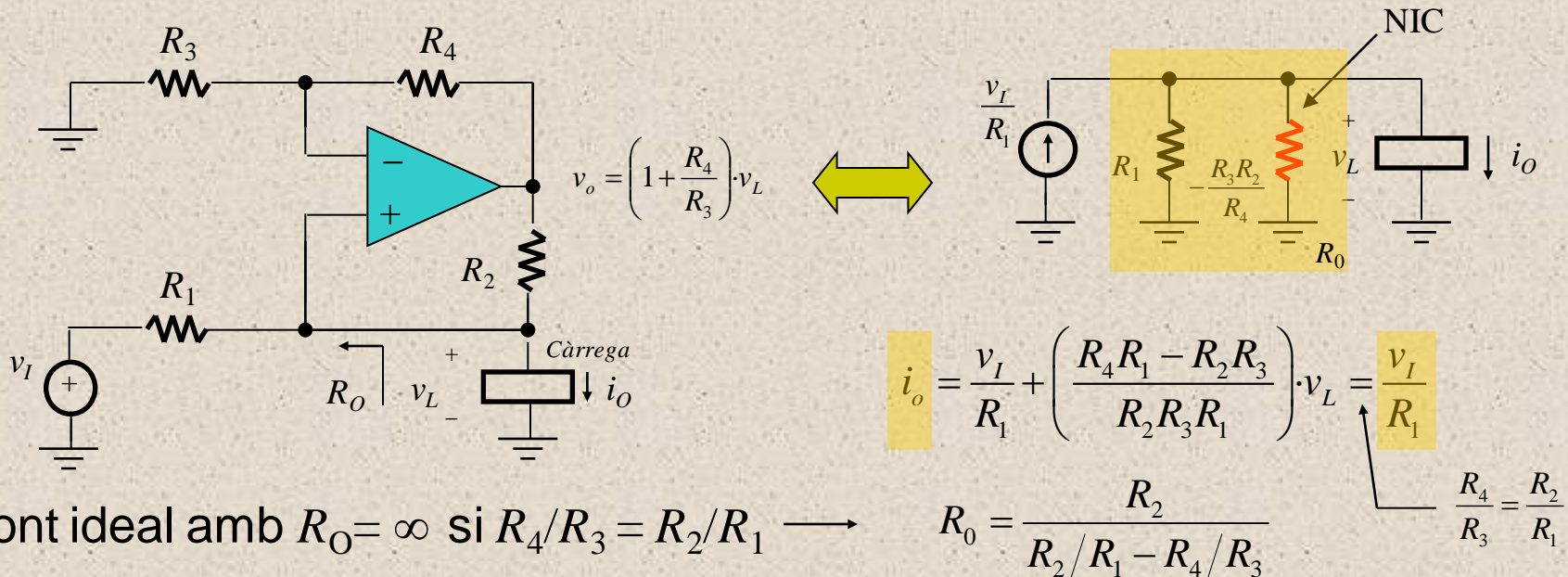
- **Interessa que i_O no depengui de v_L !!!**
- Inconvenients de la càrrega flotant:

- Corrent de sortida limitada pel valor màxim del dispositiu (LM741: 25mA)
- En el cas b), el corrent i_O es deriva de la font v_I
- $R_0 \neq \infty$



Font de Howland

- Font de corrent referida a massa. Combina l'ús d'una font d'entrada v_I en sèrie amb una resistència R_1 i un convertidor NIC



- Font ideal amb $R_O = \infty$ si $R_4/R_3 = R_2/R_1 \longrightarrow R_0 = \frac{R_2}{R_2/R_1 - R_4/R_3}$
- Compatibilitat de sortida: $\longrightarrow |v_L| \leq \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{o\max}$
- Exercici 2.3:** Dissenyeu una font de corrent DC de 1mA amb un LM741 alimentat a 15V i amb el màxim de compatibilitat de sortida:

Font de Howland. Inconvenients

- Aparellament de resistències (*Mismatch*)

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} (1 - \epsilon) \quad \epsilon \text{ .- Factor de desigualtat} \longrightarrow \boxed{R_0 = \frac{R_1}{\epsilon}}$$

- Exercici: Discutiu les implicacions d'utilitzar resistències amb 1% i 0.1% de tolerància, tot determinant R_0
- Limitació de guany en laç obert. R_0 disminueix amb un valor finit de a

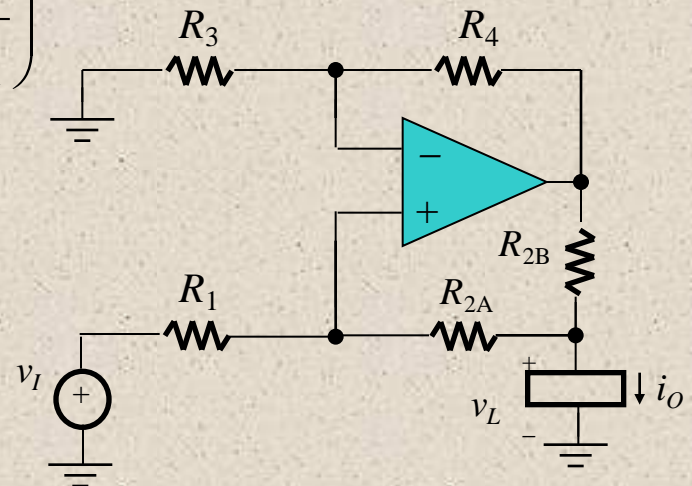
$$R_0 = (R_1 // R_2) \left(1 + \frac{a}{1 + R_2 / R_1} \right)$$

- Millores en la font:

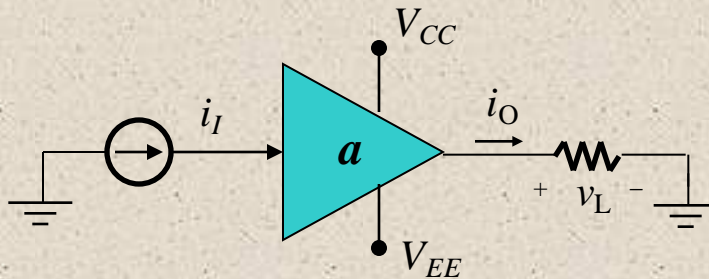
- Amb R_{2A} i R_{2B} la font fa un ús més eficient de l'energia

$$\boxed{i_o = \frac{R_2 / R_1}{R_{2B}} \cdot v_I}$$

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_{2A} + R_{2B}}{R_1}$$



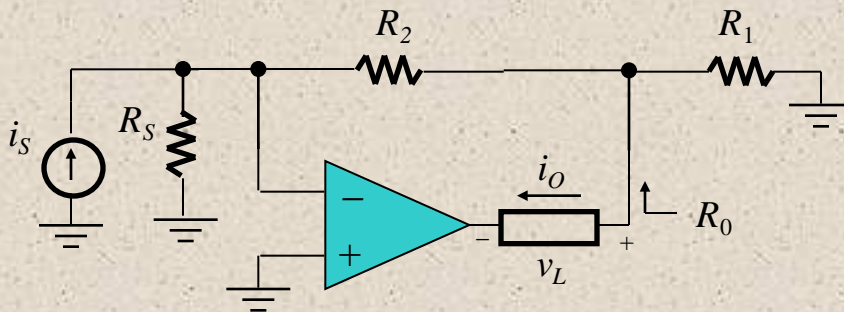
Amplificadors de corrent



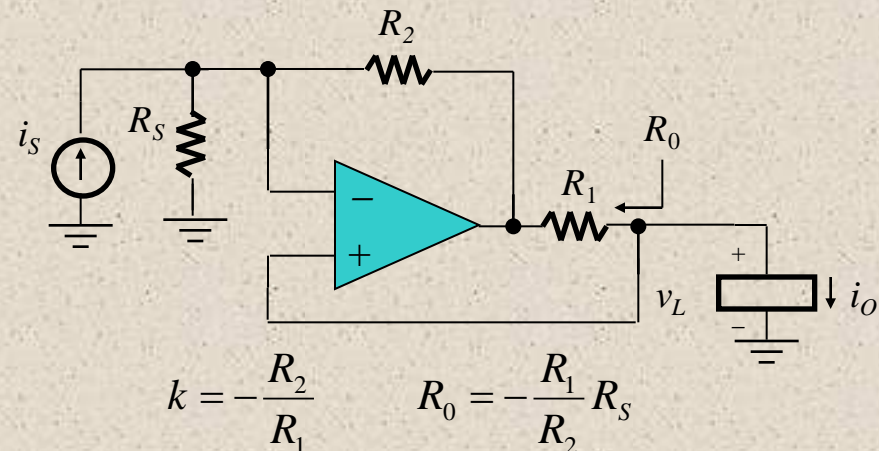
$$i_O = k \cdot i_I - \frac{v_L}{R_o}$$

- Característiques:

- $k \geq 1$ amb $R_o = \infty$
- Càrrega flotant o referida a terra
- Aplicacions: *sensors remots, condicionament de fotodetectors, convertidors V-F, etc.*



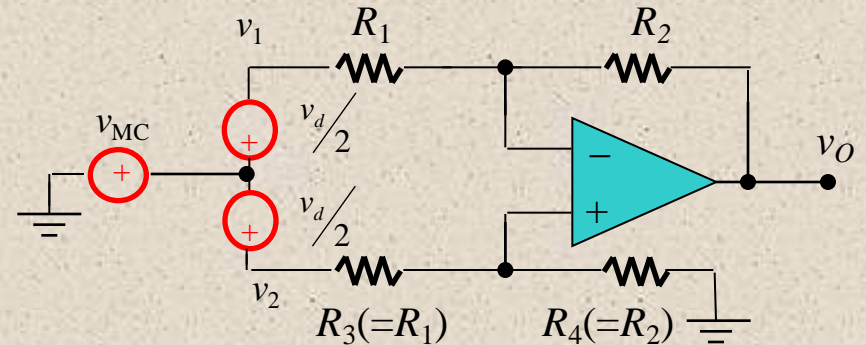
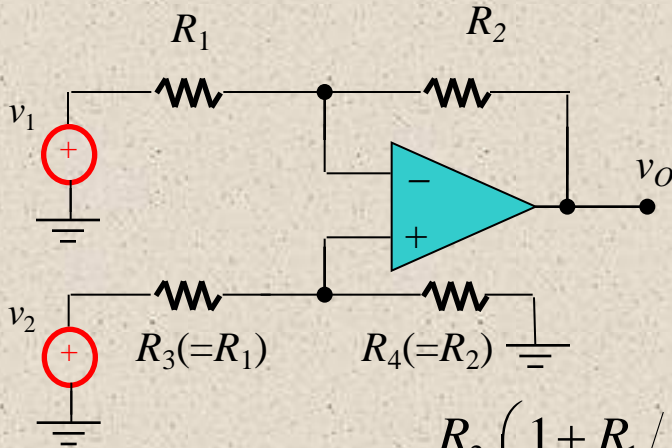
$$k = 1 + \frac{R_2/R_1}{1 + 1/a} \approx 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad R_o = R_1(1 + a)$$



$$k = -\frac{R_2}{R_1} \quad R_o = -\frac{R_1}{R_2} R_S$$

Amplificadors **D**iferencials (AD) i CMRR

- Mode diferencial i mode comú**



$$v_o = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + R_1/R_2}{1 + R_3/R_4} v_2 - v_1 \right) = A_d v_d + A_{mc} v_{mc}$$

$$\left. \begin{aligned} v_d &= v_2 - v_1 \\ v_{mc} &= \frac{v_1 + v_2}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} v_1 &= v_{mc} - \frac{v_d}{2} \\ v_2 &= v_{mc} + \frac{v_d}{2} \end{aligned} \right.$$

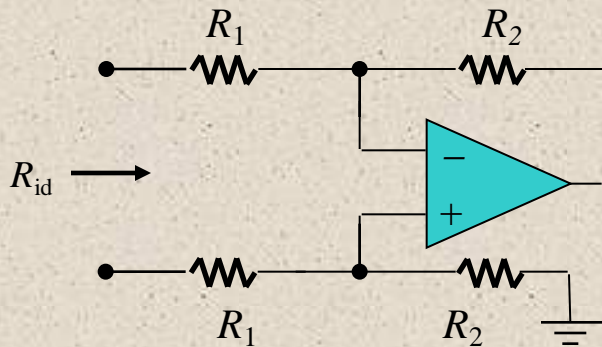
$$A_d = \frac{R_2}{2R_1} \left(\frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_2(R_4 + R_3)} + 1 \right) \quad A_{mc} = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1(R_4 + R_3)}$$

- CMRR.- Atenuació del mode comú:**

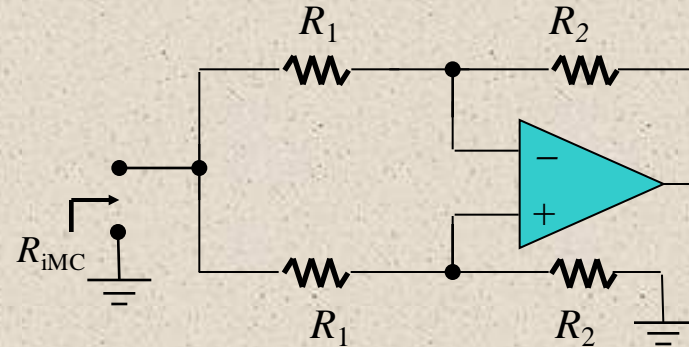
$$CMRR = 20 \log \left(\frac{A_d}{A_{mc}} \right)$$

AD. Altres consideracions

- Resistència d'entrada diferencial i mode comú R_{id} , R_{imc}



$$R_{id} = 2R_1$$

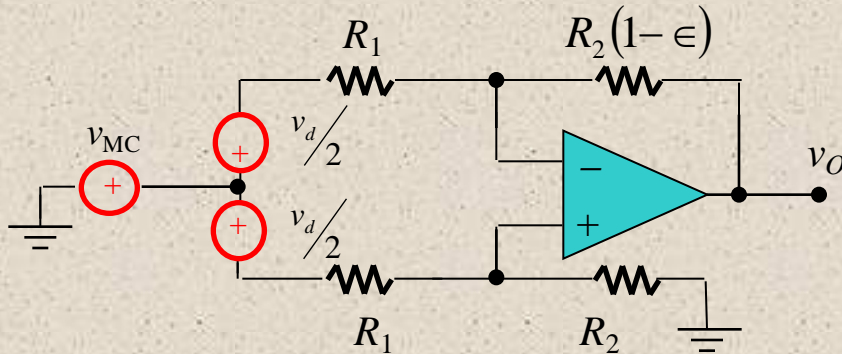


$$R_{imc} = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

- Interessa que $R_{id} \rightarrow \infty$ i $R_{imc} \rightarrow 0$
- Els dos paràmetres depenen de R_1 . Dos requisits impossibles d'aconseguir a la vegada

AD. Altres consideracions (i II)

- **Aparellament de les resistències**



$$A_d = \frac{R_2}{R_1} \left(1 - \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} \frac{\epsilon}{2} \right)$$

$$A_{mc} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \epsilon$$

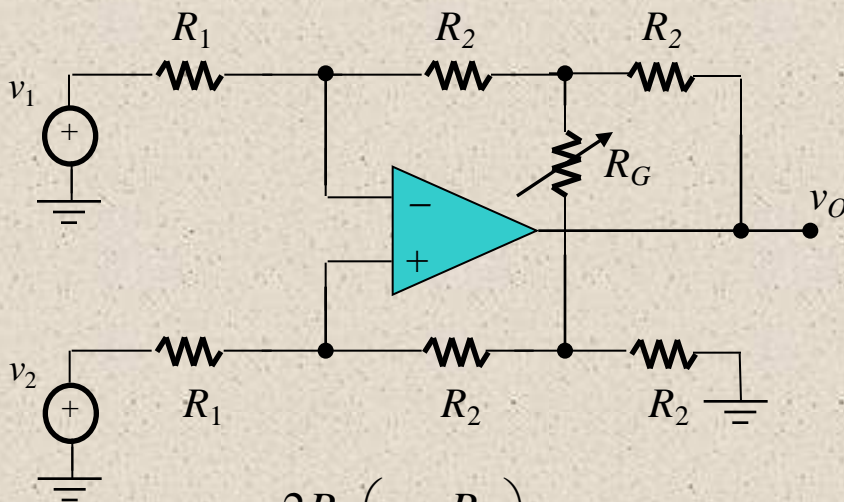
$$CMRR \cong 20 \log \left| \frac{1 + R_2/R_1}{\epsilon} \right|$$

- **Exercici 2.4:** Si $R_1 = R_3 = 10\text{k}\Omega$ i $R_2 = R_4 = 100\text{k}\Omega$,
 - 1) Discutiu la implicació d'utilitzar resistències amb 1% de tolerància
 - 2) Il·lustreu el cas en que $v_d = 0$ i $v_{mc} = 10\text{V}$
 - 3) Determineu la tolerància que es necessita per a un CMRR de 80dB

AD. Altres consideracions (i III)

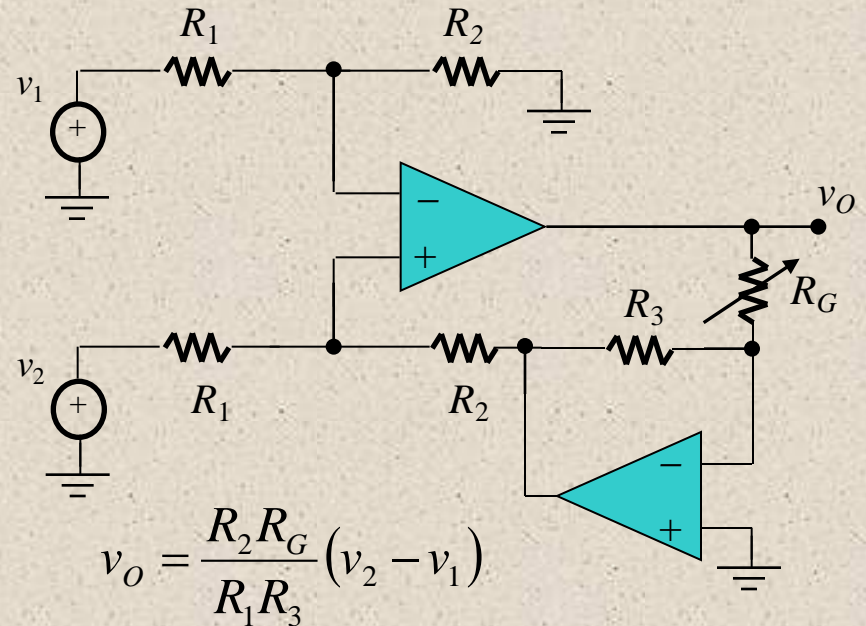
- **Ajustament de guany**

- Per fixar el guany en la configuració bàsica es necessita actuar en dues resistències: R_1 i R_2 .
- Dissenys amb actuació en un únic component R_G



$$v_O = \frac{2R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_G} \right) (v_2 - v_1)$$

Variació no lineal



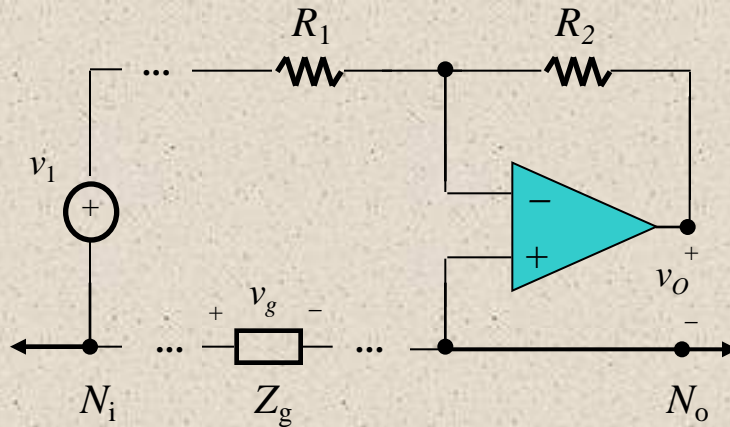
$$v_O = \frac{R_2 R_G}{R_1 R_3} (v_2 - v_1)$$

Variació lineal

AD. Altres consideracions (i IV)

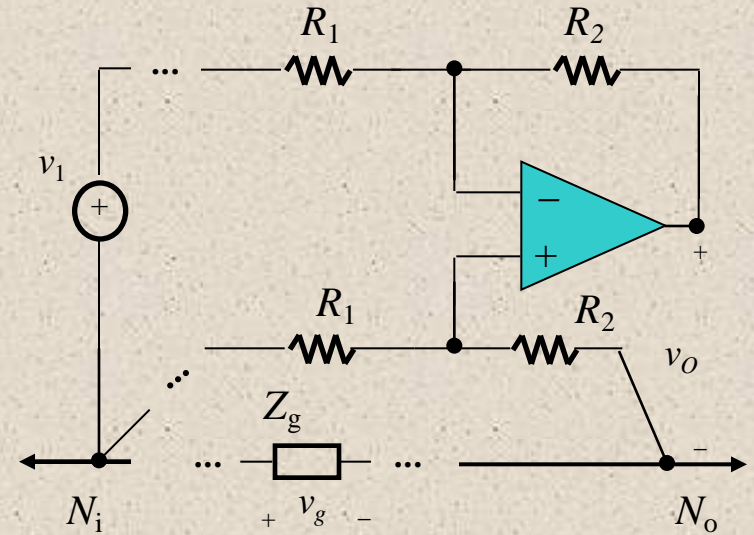
- **Interferències en el retorn cap a terra**

- Equips lluny de la font a mesurar, queden afectats per la impedància distribuïda en la presa de terra.
- L'ús d'amplificadors diferencials permet amplificar senyal útil i eliminar interferències en mode comú



$$v_O = -\frac{R_2}{R_1}(v_i + v_g)$$

Sortida afectada pel retorn a terra

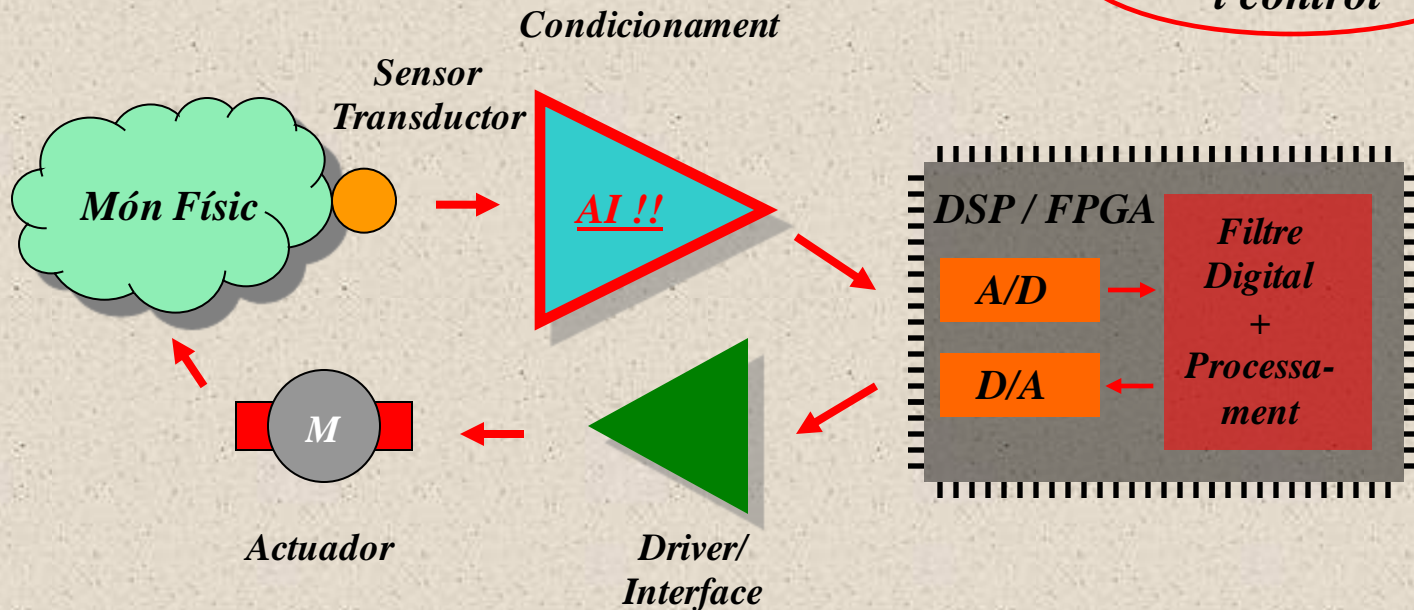


$$v_O = -\frac{R_2}{R_1}v_1$$

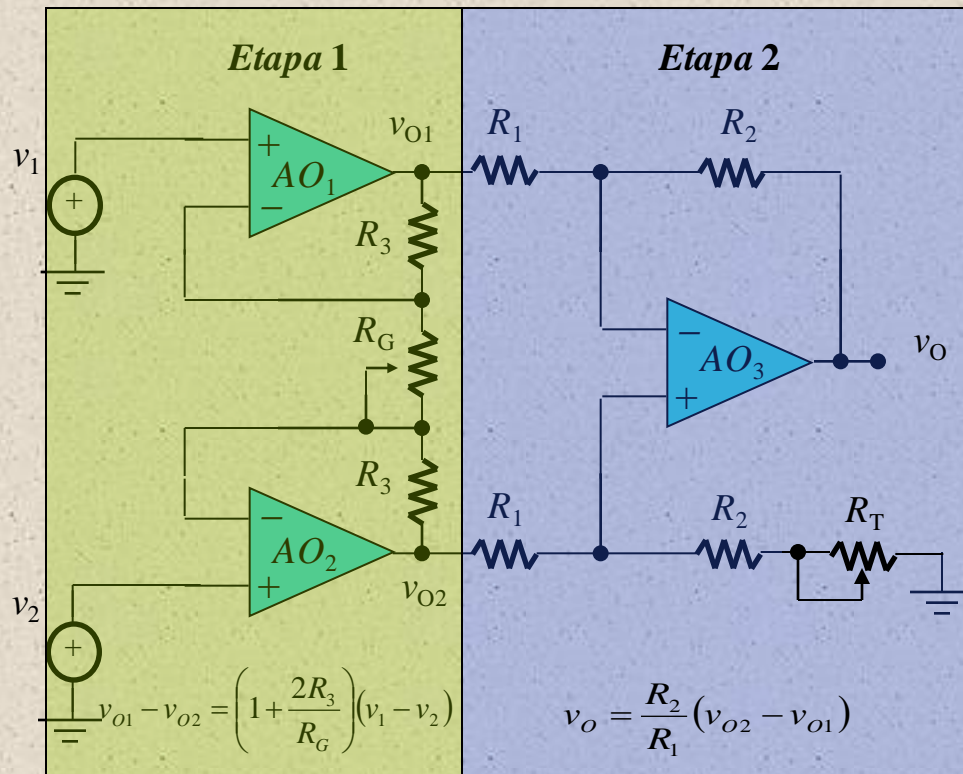
Cancel·lació del soroll

Amplificador d'Instrumentació (AI)

- Característiques:
 - **Amplificador diferencial**
 - **Impedàncies:** Z_d i Z_{mc} extremadament grans (idealment ∞). Z_o molt baixa (idealment nul·la)
 - **Guany** (A_d) precís, estable i de fàcil ajustament
 - **CMRR** extremadament elevat



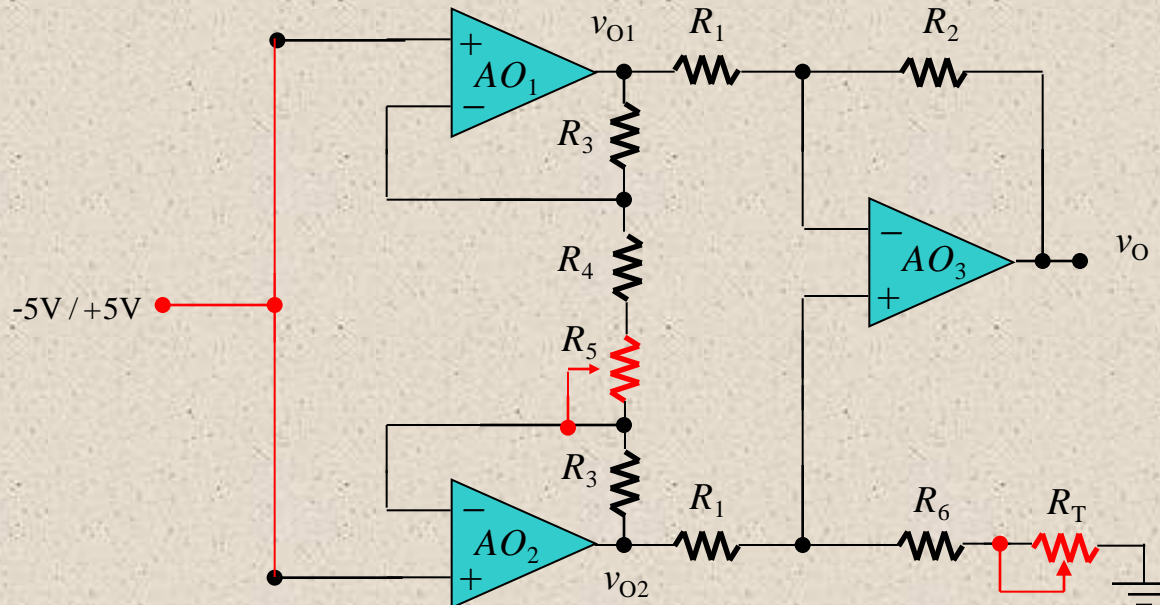
Al amb 3 operacionals



- **Etapa 1** no inversora per obtenir característiques d'alta impedància d'entrada (Z_I)
- **Impedàncies:** Z_d i Z_{mc} extremadament grans (idealment ∞). Z_o molt baixa (idealment nul·la)
- R_T per ajustar el CMRR
- Resistències de **precisió** (Excepte R_G que s'utilitza per ajustar el guany de manera no lineal)

Ajustament del CMRR

- S'ha d'actuar a R_T :

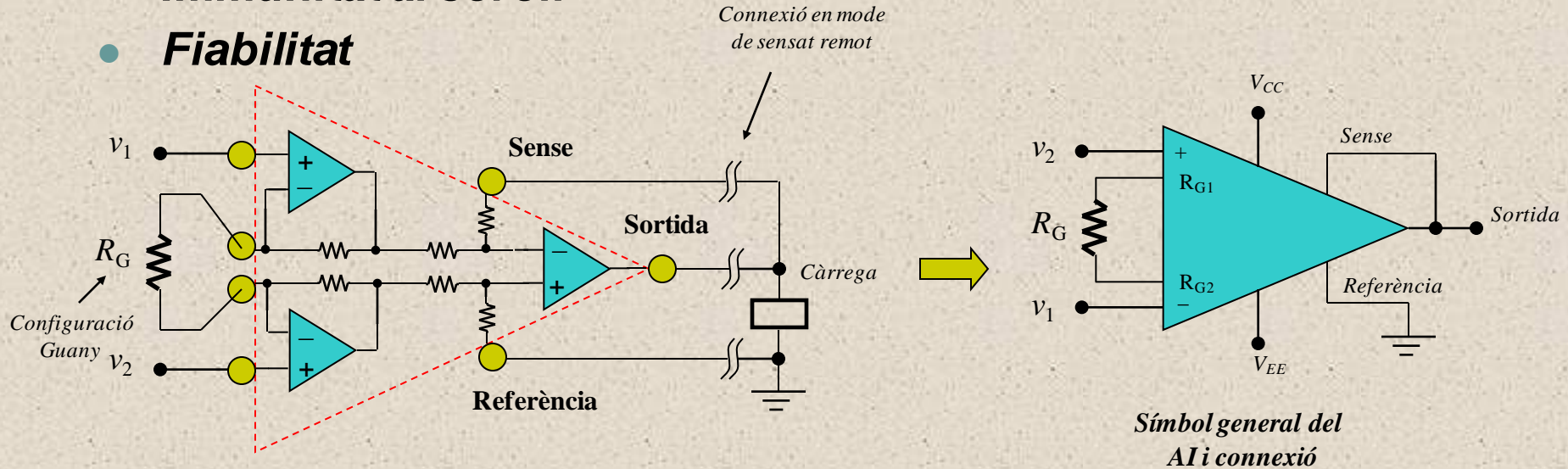


- Procediment:

- 1) Ajunteu les entrades ($v_1 = v_2$)
- 2) Configurar R_5 per al màxim guany possible (A_{dmax} ; R_{Gmin})
- 3) Canviant de manera alternada l'entrada de -5V a 5V i modificar R_T per tal que el canvi a la sortida sigui mínim (*CMRR màxim*)

AI. Circuits integrats

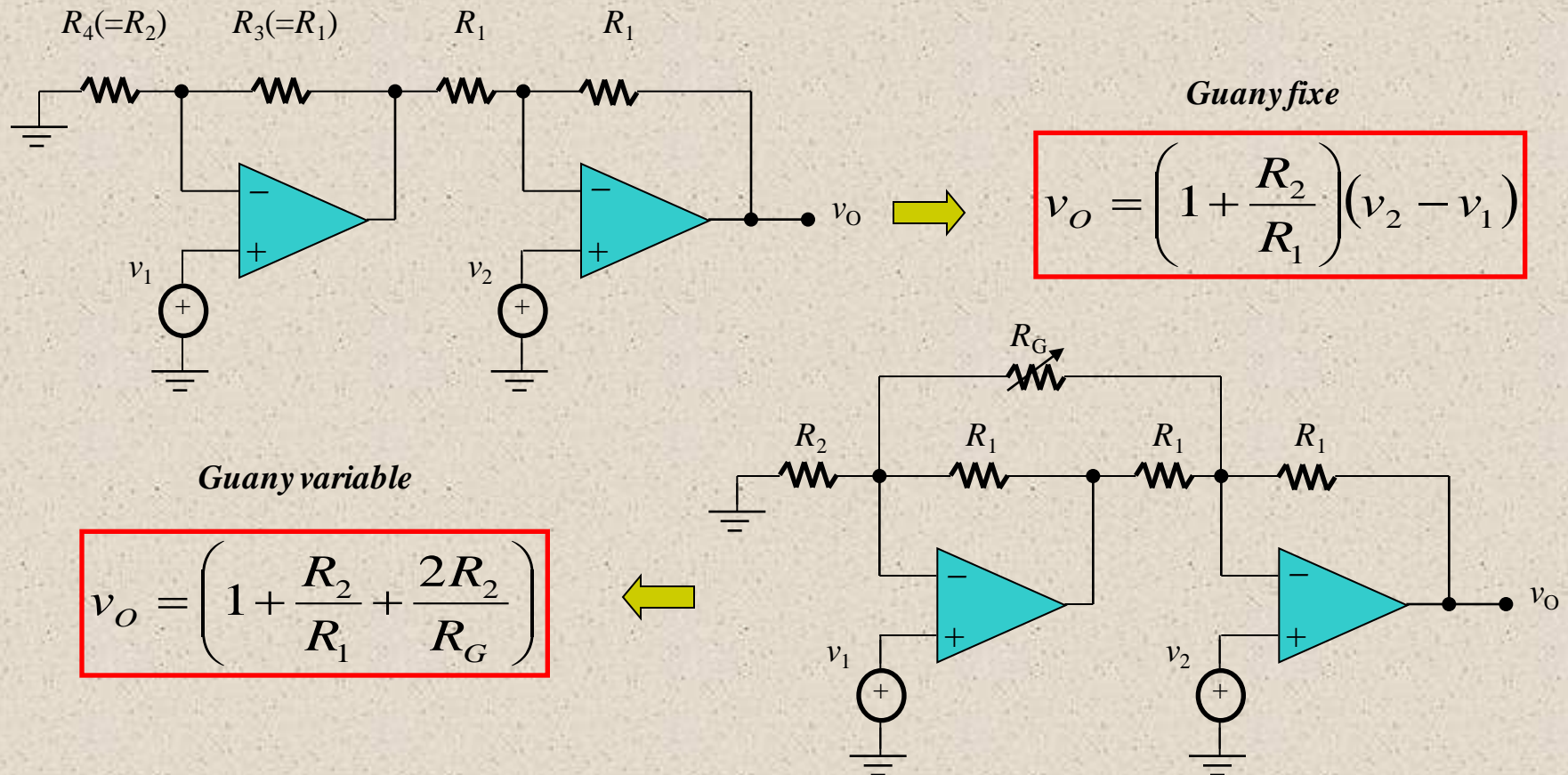
- S'aconsegueix optimitzar els paràmetres del AI:
 - **Linealitat**
 - **Augment del guany i CMRR** (Resistències més precises)
 - **Immunitat al soroll**
 - **Fiabilitat**



- **Exercici 2.5:** Dissenyeu el AI per tal de que el guany diferencial (A_d) es pugui variar en un rang: $1V/V \leq A_d \leq 10^3V/V$

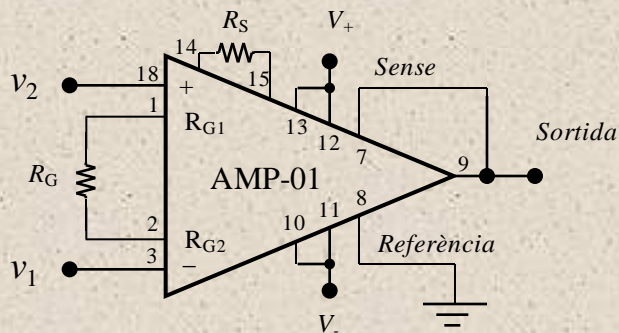
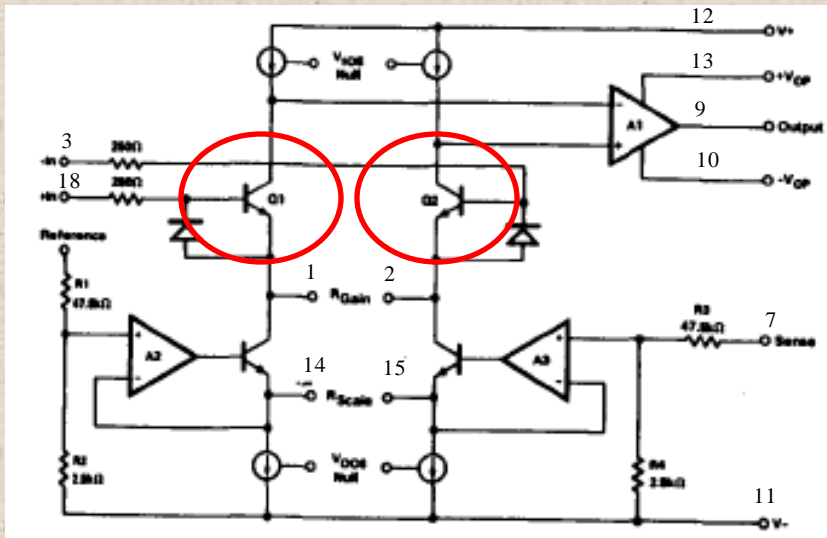
Al amb 2 operacionals

- Utilitzat amb operacionals de qualitat i reduir nombre de components
- **Degradació del CMRR** (Entrades tractades asimètricament)



Millora del CMRR

- Aparellament de BJT's** (AMP-01 d'Analog Devices)



- Dos BJTs dintre d'un mateix IC són més ràpid que no pas dos operacionals → **CMRR elevat**

- Guany elevat:** $A_d = 20 \frac{R_s}{R_G}$

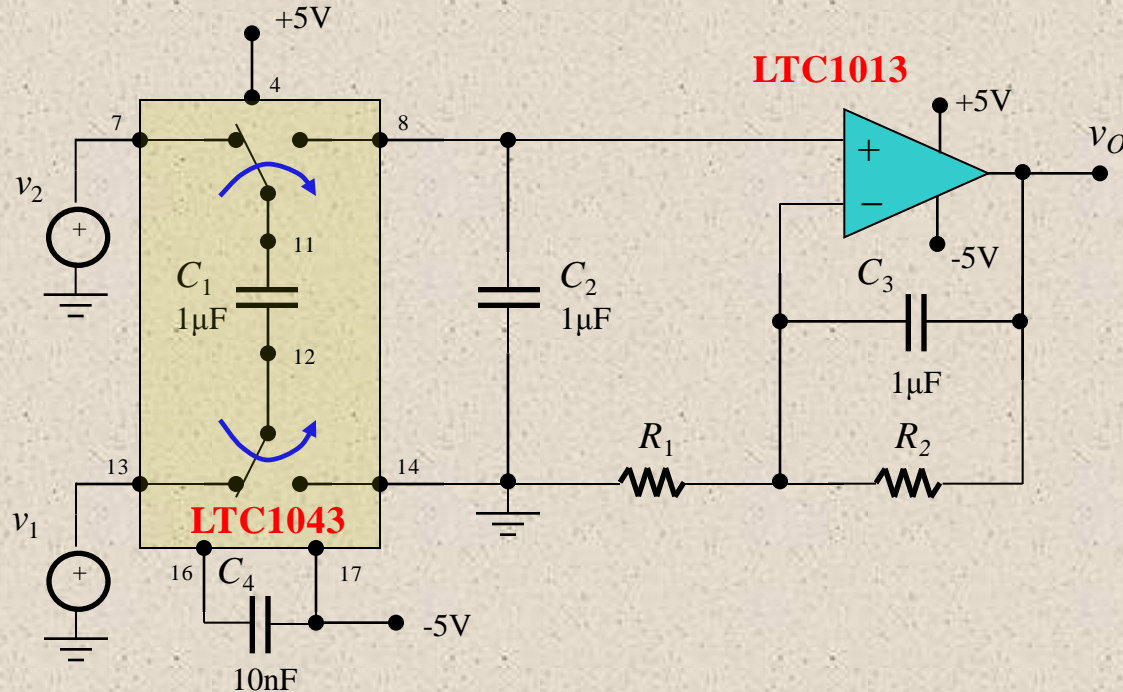
- Rang de sortida ajustable**

- Característiques elèctriques:**

Offsett voltage	15µV
Offsett voltage drift	0.1µV/°C
Noise	0.2µV _{p-p} (0.1Hz to 10Hz)
Output drive	10V (50mA)
Capacitive load stability	To 1µF
Gain range	0.1 to 1000 V/V
Linearity	16 bit at G=1000V/V
CMRR _{dB}	140dB at (G=1000V/V)
Bias current	1nA
Output stage thermal shutdown	

Millora del CMRR (i II)

- Tècnica de **capacitat commutada**



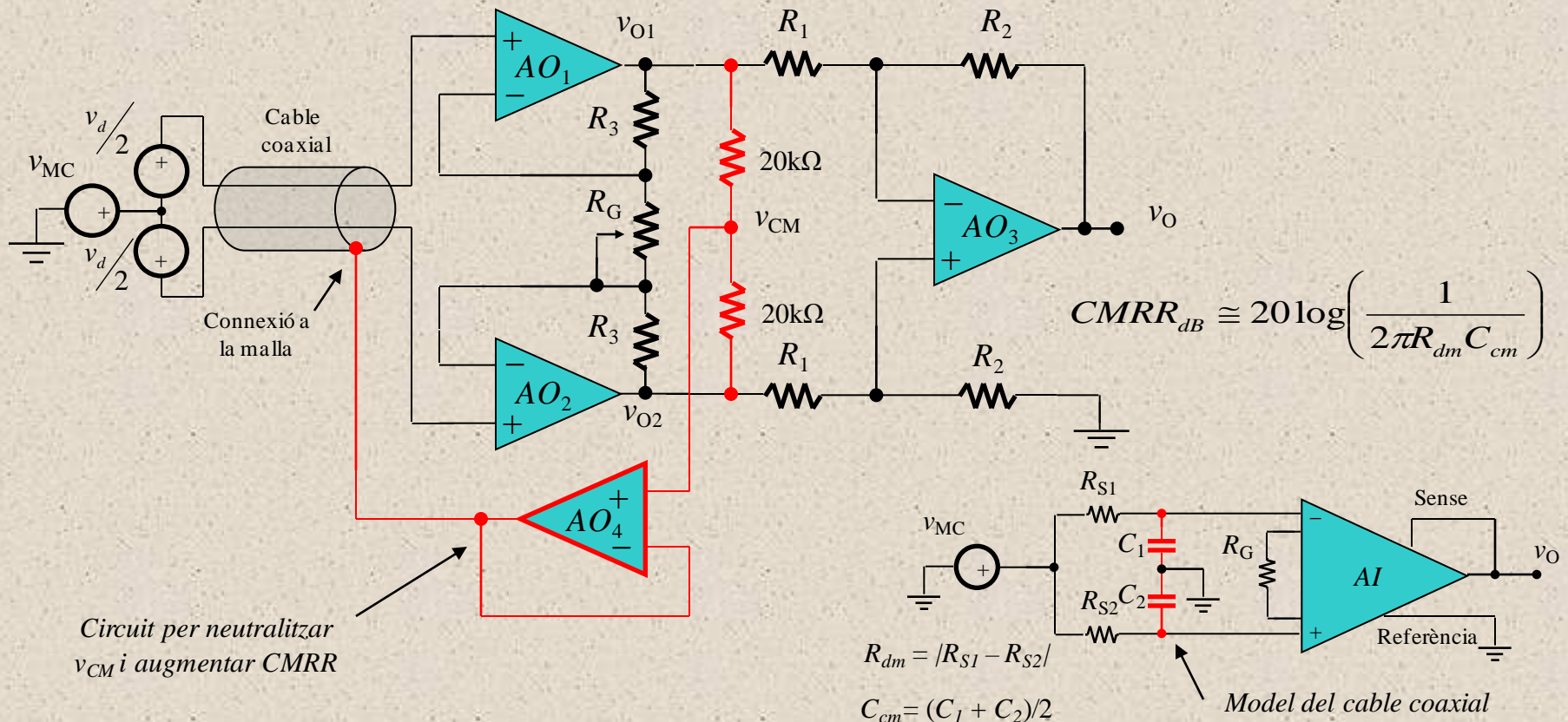
$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) (v_2 - v_1)$$

CMRR = 120 dB (a 60Hz)

- C_1 es carrega a $v_d = v_2 - v_1$ i elimina el mode comú. Quan els interruptors commuten a l'altre posició v_d es transfereix al no inversor.
- Freqüència de commutació configurable mitjançant C_4 ($f_S = 500\text{Hz}$).
- Filtre passa baixes mitjançant C_3 amb un operacional de precisió

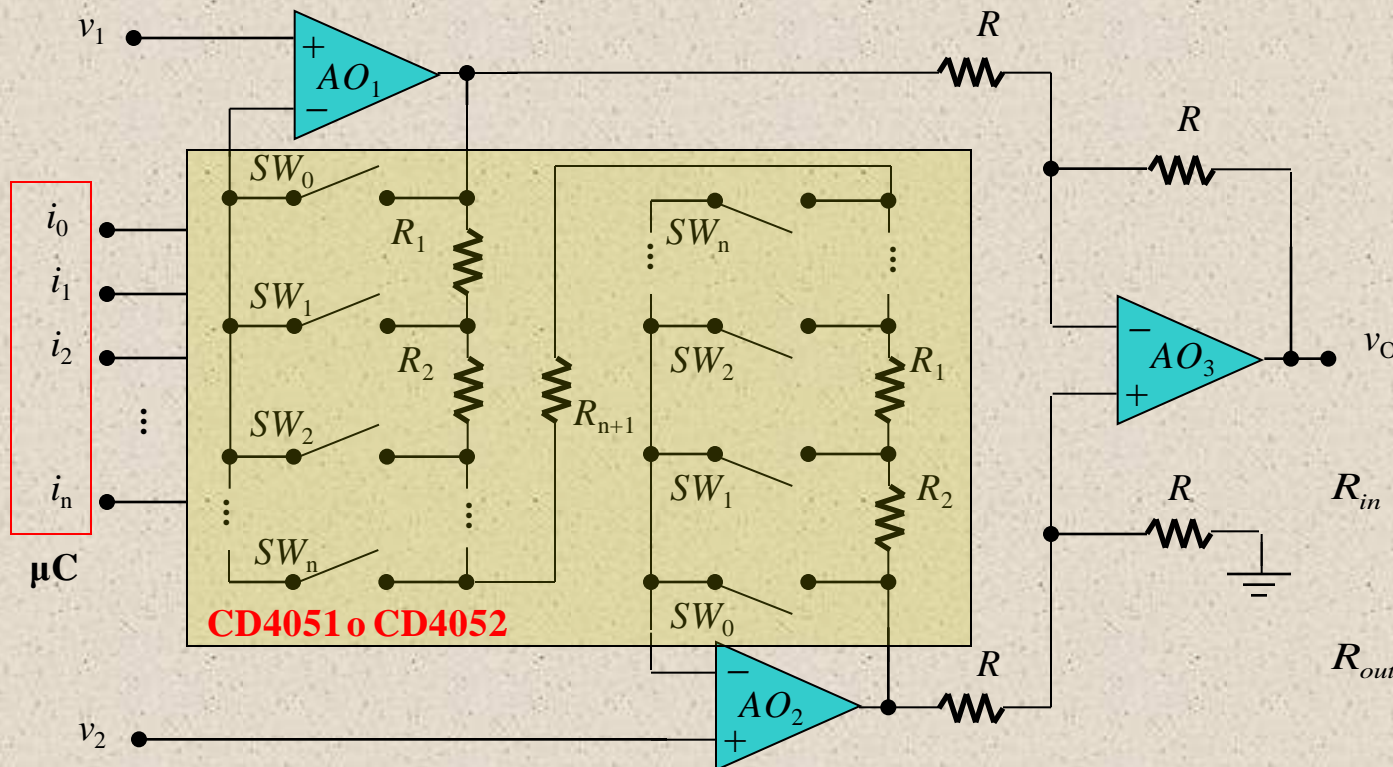
Protecció activa de guarda

- Equips lluny del punt de mesura en entorns industrials necessiten **apantallament** per reduir soroll de **pick-up**. **Degradació del CMRR** amb la freqüència degut al 'mismatching' en la component RC del cable



Guany programable digitalment

- Aplicacions **d'adquisició de dades**
- El guany el configura un dispositiu programable amb **multiplexors analògics** (un parell d'interruptors activat cada vegada, SW_0 o SW_1 , etc)



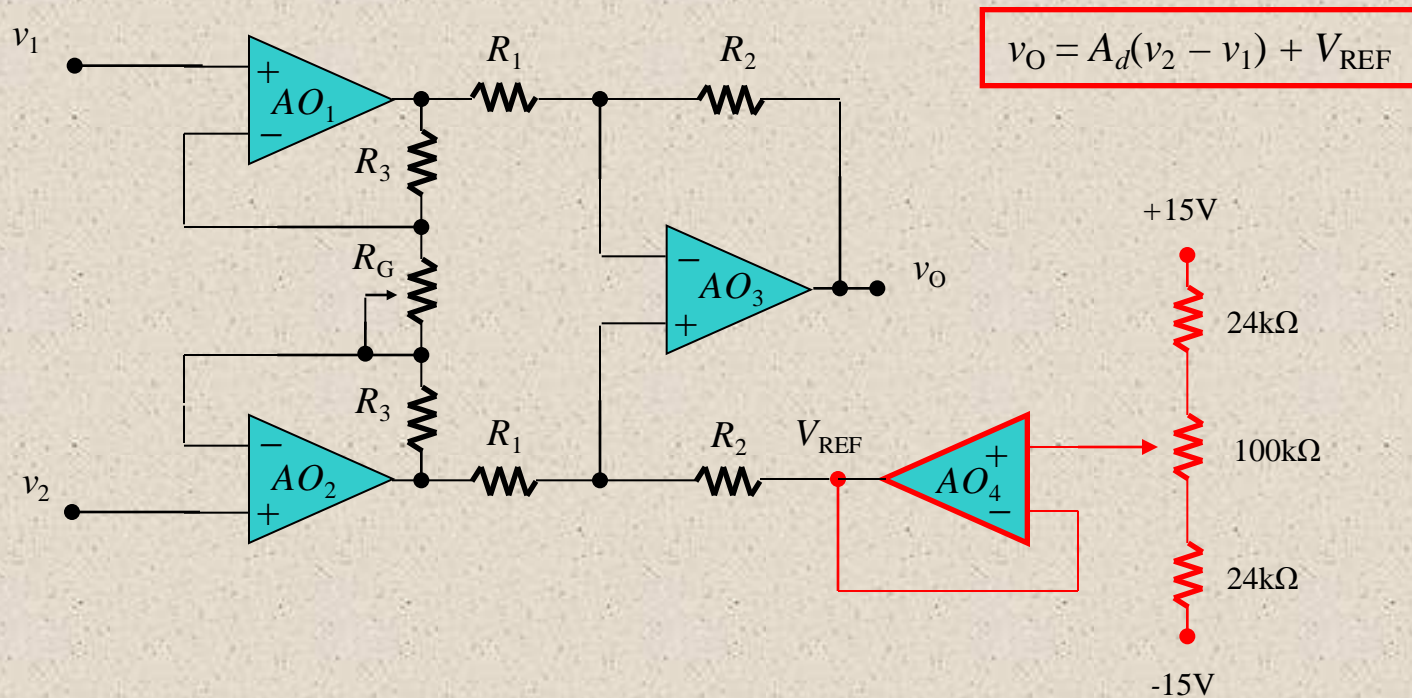
$$A_d = 1 + \frac{R_{out}}{R_{in}}$$

$$R_{in} = \begin{cases} R_{n+1} & SW = 0 \\ 2 \sum_{j=i+1}^n R_j & SW = i \end{cases}$$

$$R_{out} = \begin{cases} 0 & SW = 0 \\ 2 \sum_{j=1}^i R_j & SW = i \end{cases}$$

'Offsetting'

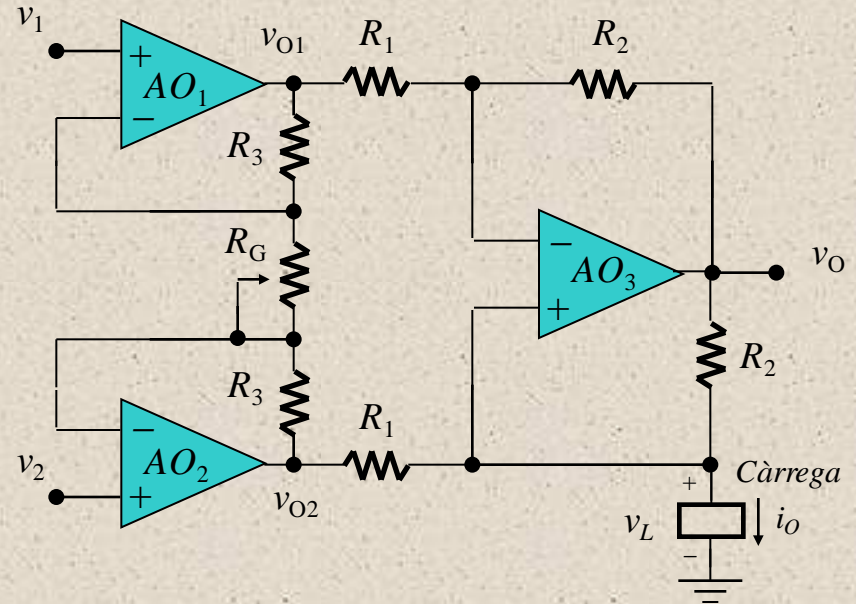
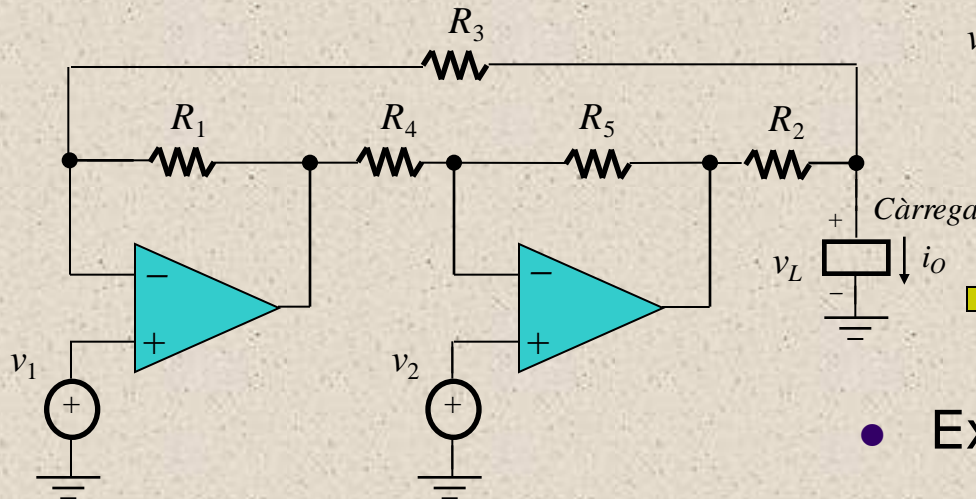
- Algunes aplicacions necessiten **offset** de sortida.
 - Cal·libració del circuit
 - Ajustament del zero de sortida a l'entrada del A/D



Al. Sortida de corrent

- Per evitar degradació de senyal en connexions llargues
- Configuració *Howland* a la sortida

$$i_O = 1 + \frac{2R_3/R_G}{R_1} (v_2 - v_1)$$

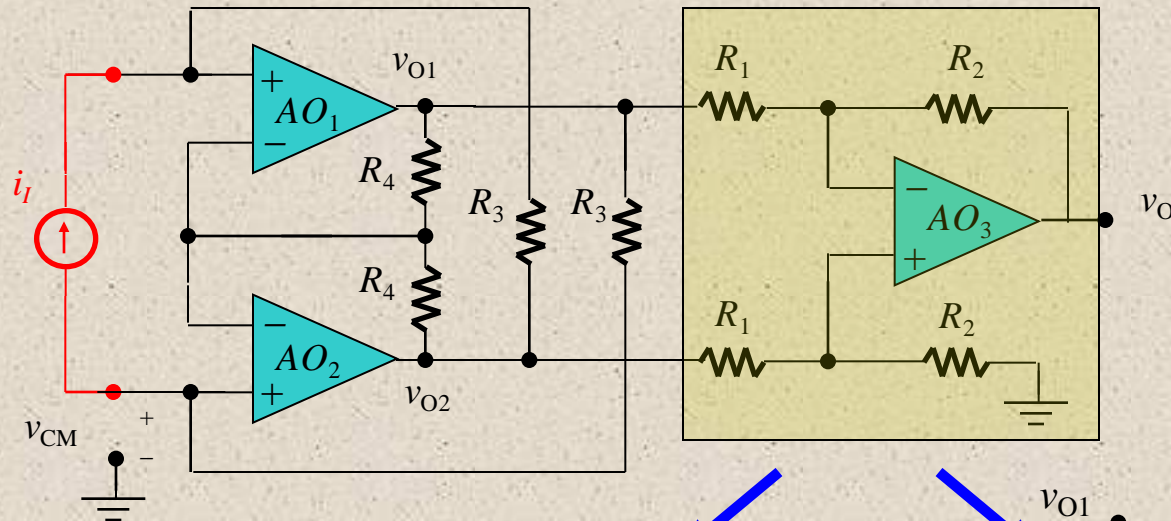


$$R_0 = \frac{R_2/R_1}{R_5/R_4 - (R_2 + R_3)/R_1} R_3$$

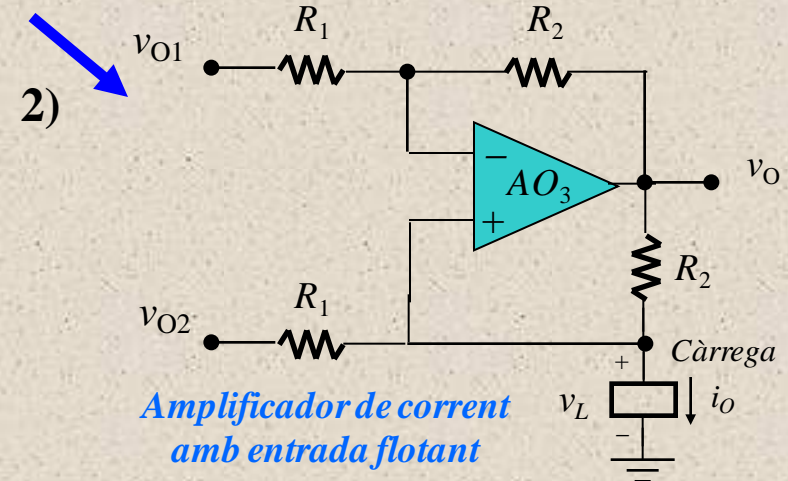
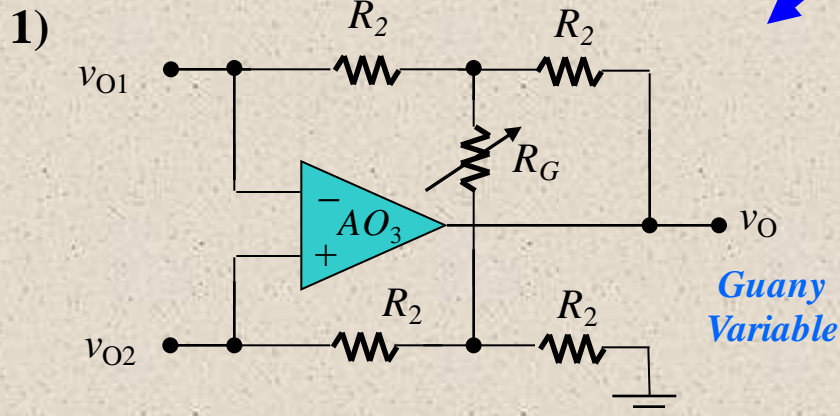
- Exercici: *Determineu* $i_O = f(v_2 - v_1)$

Al. Entrada de corrent

- Per *mesurar corrent* d'un llaç



$$v_O = -\frac{2R_2}{R_1} R_3 i_I$$



Sensors resistius

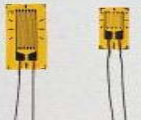
- **Resistències** que varien segons condicions mediambientals

$$R = R_n + \Delta R = R \cdot (1 + \delta) \quad \longrightarrow \quad \delta = \frac{\Delta R}{R}$$

Valor nominal o de referència (0°C) \longleftarrow R_n ΔR \longrightarrow Canvi degut a les Variacions mediambientals

- Tipus:

- **Temperatura:** Termistors *NTC*, *PTC* o detectors *RTD*
- **Llum:** Fotoresistències, *LDR*
- **Deformacions a esforços:** Galgues extensiomètriques

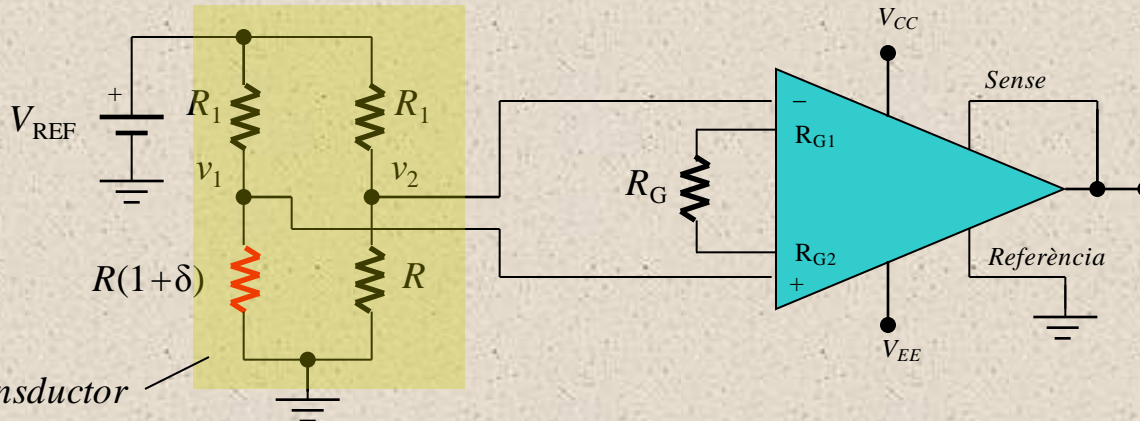


- **Exercici 2.6:** Les *RTD* presenten una resistència a 0°C de 100Ω i un coeficient de temperatura $\alpha = 0.00393 \text{ } \Omega/^{\circ}\text{C}$
 - 1) Escriviu una expressió de la resistència que depengui de T
 - 2) Calculeu $R(T)$ per $T=25^{\circ}\text{C}$
 - 3) Calculeu ΔR i δ per $\Delta T = 10^{\circ}\text{C}$

Transductors resistius

- Converteixen ΔR dels sensors resistius en una variació de voltatge (ΔV)

Pont resistiu



$$v_o = A \frac{V_{REF}}{4} \delta$$

$$R=R_1$$

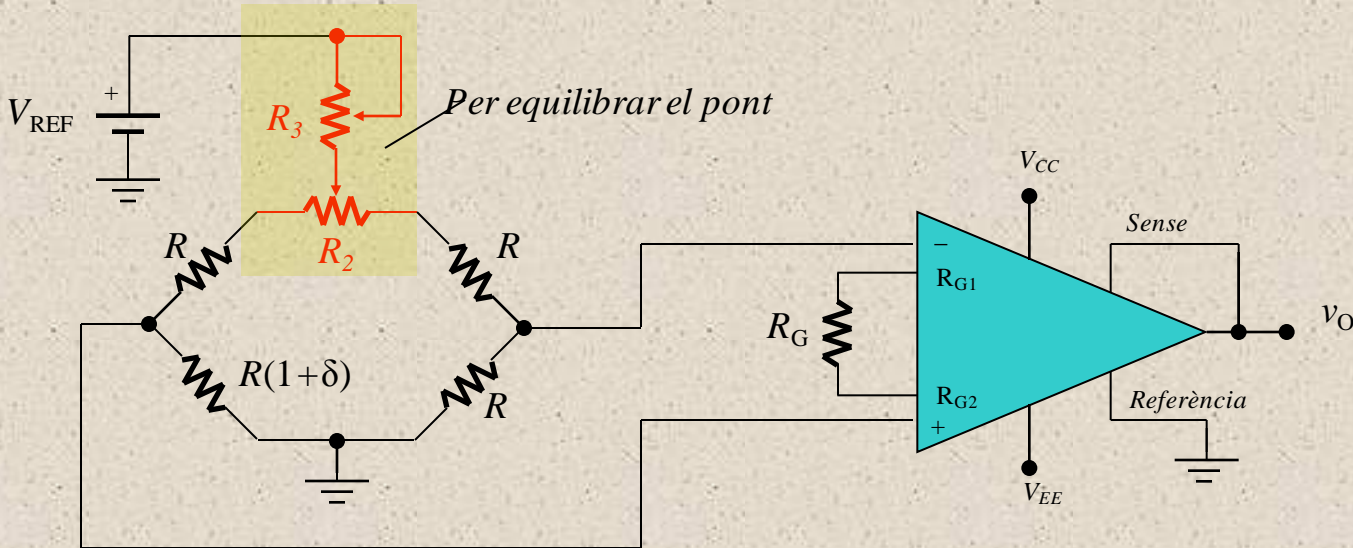
Sortida lineal si $\delta \ll 1$!!

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \left(\frac{R}{R+R_1} + \frac{\delta}{1+R_1/R+(1+R/R_1)(1+\delta)} \right) V_{REF} \\ v_2 &= \frac{R}{R+R_1} V_{REF} \end{aligned} \right\} v_o = A_d \frac{\delta}{1+R_1/R+(1+R/R_1)(1+\delta)} V_{REF}$$

- **Exercici 2.7:** Amb la RTD de l'exercici 2.6 i $V_{REF}=15V$
 - Dissenyeu el pont R i A_d per aconseguir una sensibilitat de $0.1V/^{\circ}C$ a prop de $0^{\circ}C$ (limiteu la dissipació de la RTD a $0.2mW$). Calculeu l'error en $^{\circ}C$ en una situació de $v_o(100^{\circ}C)$

Cal·libració del pont

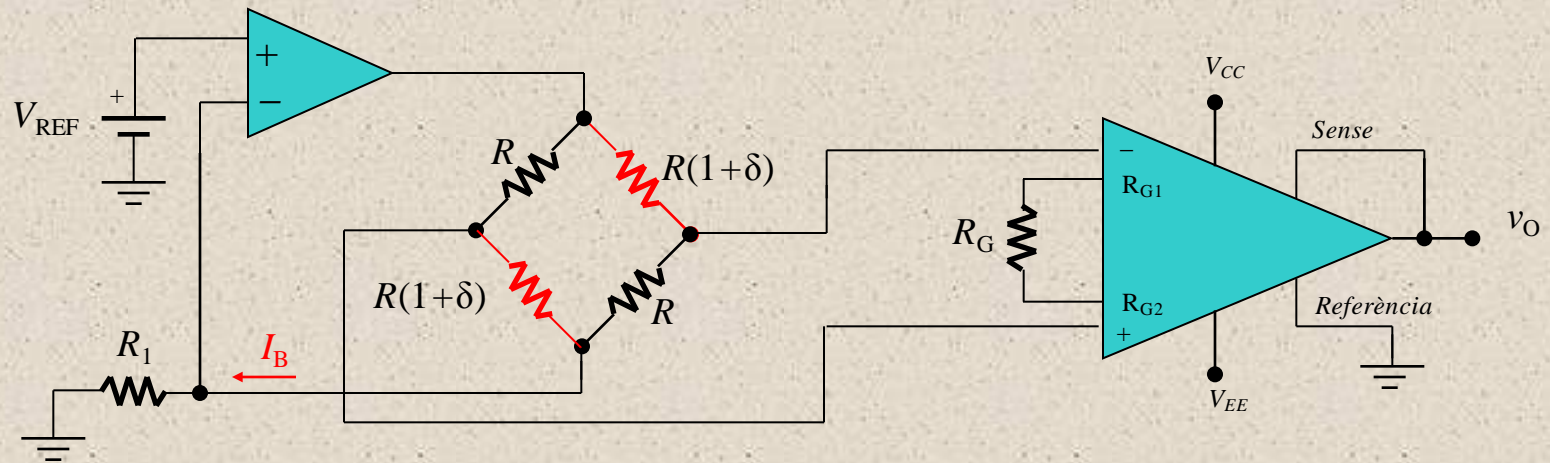
- A la pràctica s'ha d'ajustar el pont per aconseguir $v_O = 0$ quan $\Delta R = 0$



- Procediment per a un sensor de temperatura
 - 1) En repòs ($T=0^{\circ}\text{C}$), ajustar R_2 per aconseguir $v_O = 0\text{V}$.
 - 2) Per al fons d'escala màxim (pe. $T=100^{\circ}\text{C}$), ajustar R_G al valor de v_O desitjat
- **Exercici 2.8:** Dissenyeu el circuit de cal·libració per a l'exercici 2.7 considerant un 1% de tolerància en resistències i un 5% en V_{REF}

Linealització del pont

- Cal utilitzar una **configuració en corrent** d'alimentació en el pont
- S'ha d'utilitzar quan no es pot considerar que $\delta \ll 1$
- **Doble sensibilitat** utilitzant sensor complementari

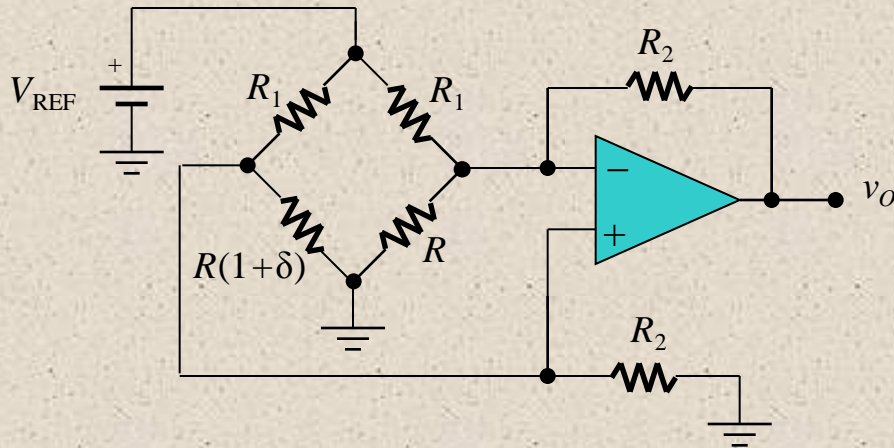


$$I_B = \frac{V_{REF}}{R_1}$$

$$v_O = A \frac{R}{2} I_B \delta$$

Transductor amb un operacional

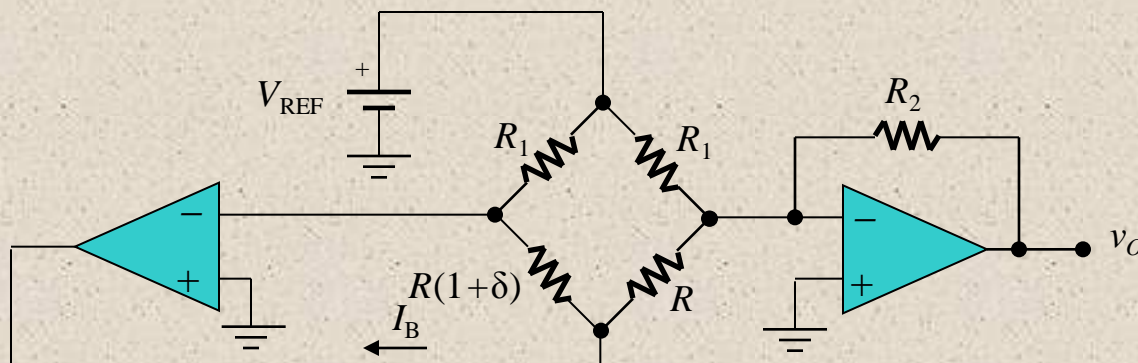
- Quan el cost és un aspecte important



$$v_O = \frac{R_2}{R} V_{REF} \frac{\delta}{R_1/R + (1 + R_1/R_2)(1 + \delta)}$$

$$v_O \cong \frac{R_2}{R} V_{REF} \frac{\delta}{1 + R_1/R + R_1/R_2}$$

- Resposta lineal

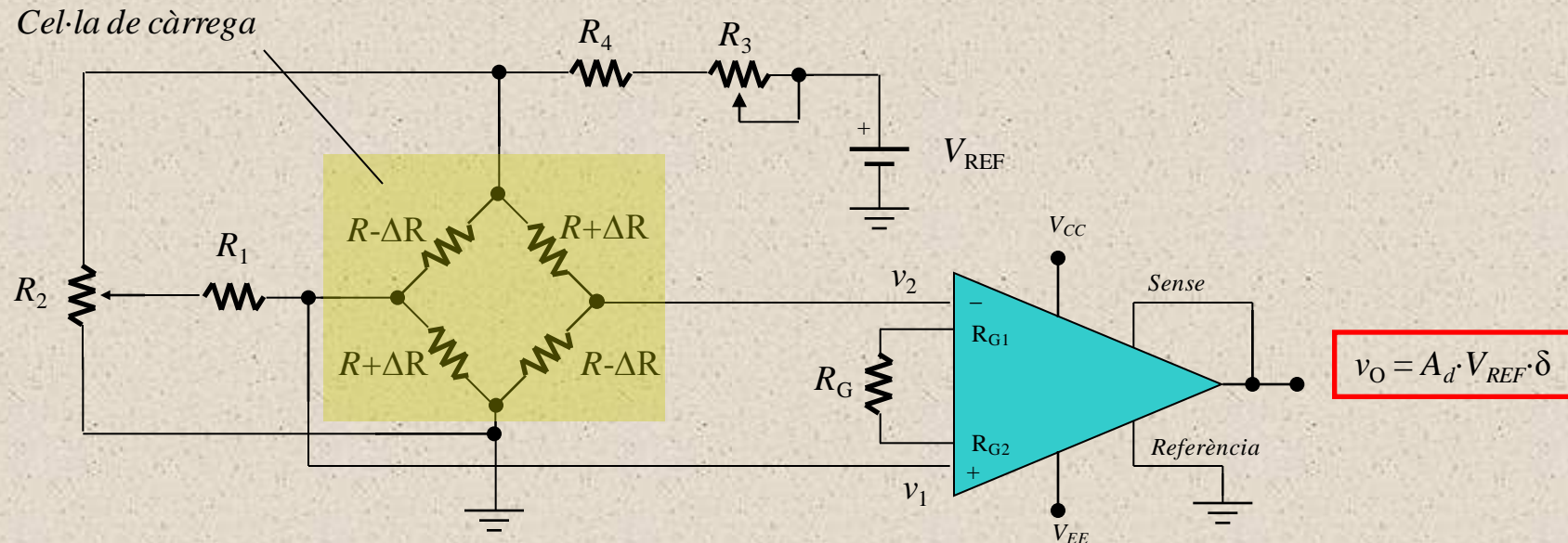


$$v_O = R_2 I_B \delta$$

$$I_B = \frac{V_{REF}}{R_1}$$

Cel·les de càrrega

- Pont amb **4 galgues extensiomètriques** per quadruplicar sensibilitat



- Exercici 2.9:**
 - Demostreu l'expressió de sortida del circuit
 - Amb galgues de 120Ω 1% i limitant la seva corrent màxima a 20mA. Si $V_{REF} = 15V$ 5%, dissenyeu valors apropiats per les resistències R_1 a R_4
 - Describeu el procés de cal·libració que s'ha de seguir al circuit

Per què els oscil·ladors són necessaris?

- Serveixen per generar senyals estàndard: *sinusoide, quadrada, pols, etc.*
- Permeten realitzar funcions complexes en aplicacions industrials, tant *analògiques* com *digitals*
 - **Comunicacions:** Portadores de sistemes de comunicació (FM, AM, PSK, etc)
 - **Automatització industrial:** Circuits temporitzadors de sistemes programables
 - **Instrumentació:**
 - Sistemes de test i mesura
 - Caracterització d'impedàncies en materials i/o teixits biològics.
 - **Processament de senyal:** Sintetitzadors de senyal i/o veu per aplicacions d'àudio
- Classificació: Dos grups
 - *Forma d'ona* que genera
 - *Tecnologia d'implementació* (Components discrets o integrats).

Per forma d'ona

- **Dos grups** principals:

- **Sinusoidals**

- **Oscil·ladors ressonants.**- Utilitza **amplificadors realimentats** amb **xarxes RC** (o bé LC) de selecció de freqüència i control no lineal d'amplitud
- **Non-linear wave shaping.**- Utilitzen circuits no lineals per generar senyals sinusoidal a partir d'ones triangulars
- **Relaxation Oscillators.**- Ona polsant, triangular o dent de serra
 - **Cristalls de quars**
 - **Multivibradors:**
 - *Astable (free running multivibrator).*- Ona quadrada, triangular, dent de serra...
 - *Monoestable.*- Temporitzadors
 - *Biestable. Bàscules (flip-flop), RS, JK, T, etc.*
 - **Waveform shaping.**- Basats en circuits no lineals: rectificadors d'ona, detectors de pic i similars

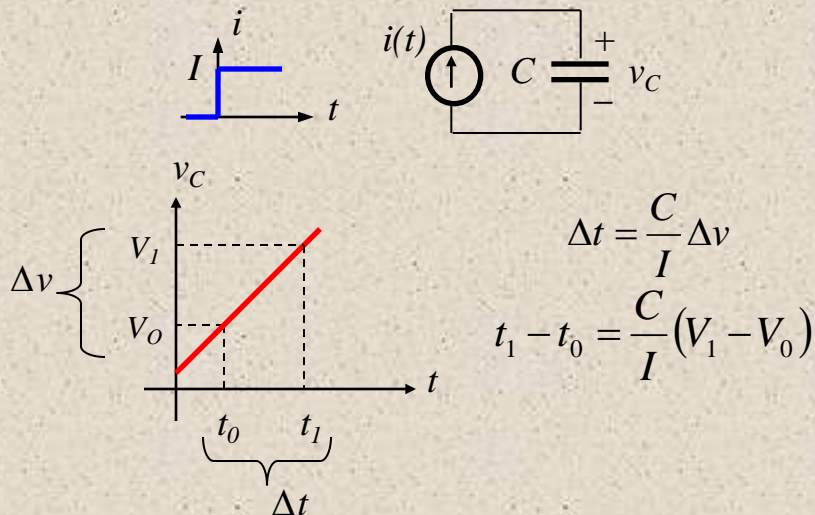
Per tecnologia de dispositiu

- Amb **amplificadors operacionals**
 - **Sinusoidals:**
 - Pont de *Wien* (WBO.- *Wien-Bridge Oscillator*)
 - Desplaçament de fase (**PSO**.- **P**hase **S**hift **O**scillator. *Bubba Oscillator*)
 - Per **quadratura** (*Quadrature Oscillator*)
 - Amb filtres sintonitzats (AFTO.- *Active-Filter Tuned Oscillator*)
- **Transistoritzats**. Per alta freqüència (BJT i/o JFET)
 - **Resonants** (sinusoïdal)
 - Oscil·ladors LC: **Colpitts**, **Hartley** i **Clap**
- **Cristalls de quarz**
- **Circuits integrats** (Generadors de funcions): Astable (ona pulsant), triangular, dent de serra, etc...
 - 555, *Phased Locked Loop*, *VCO's*, *ICL8038*, *XR-2206*...

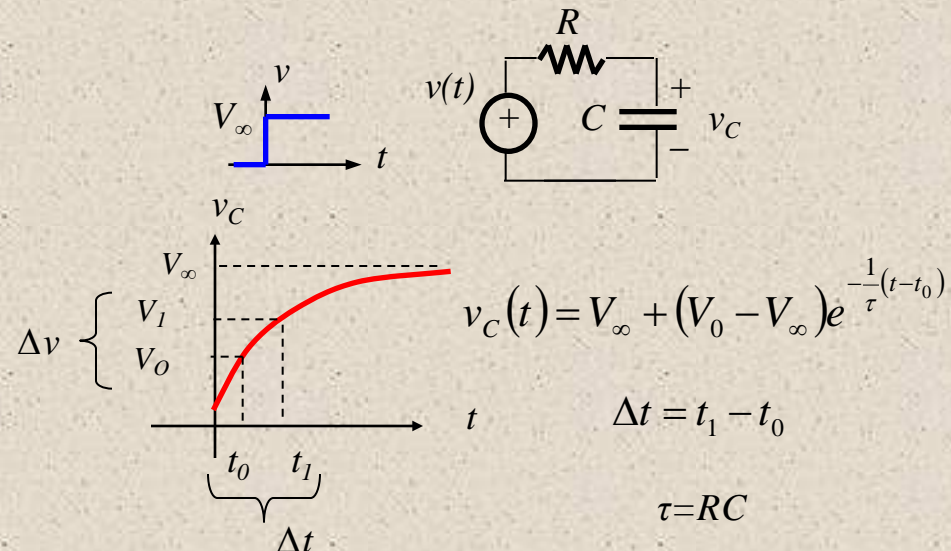
Especificacions amb ona polsant

- Objectiu del disseny: **forma d'ona** (exponencial, quadrada, triangular o dent de serra), **amplitud** i f_0 (i 'duty-cicle' en ona quadrada)
- Circuits biestables, Trigger-Schmidt, portes lògiques o flip-flop carreguen (o descarreguen) un condensador.
- L'anàlisi es caracteritza per determinar el temps (Δt) de càrrega (o descarrega), al aplicar un canvi de corrent o tensió a C

Rampa



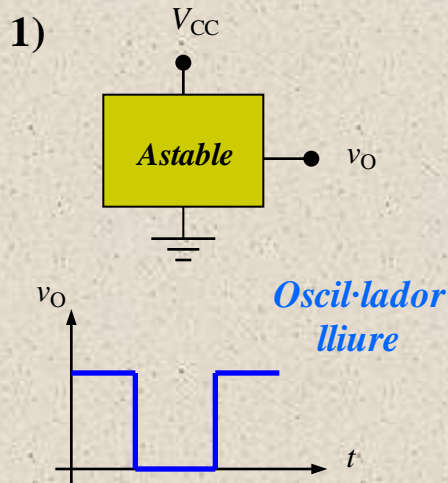
Transitori exponencial



Multivibradors

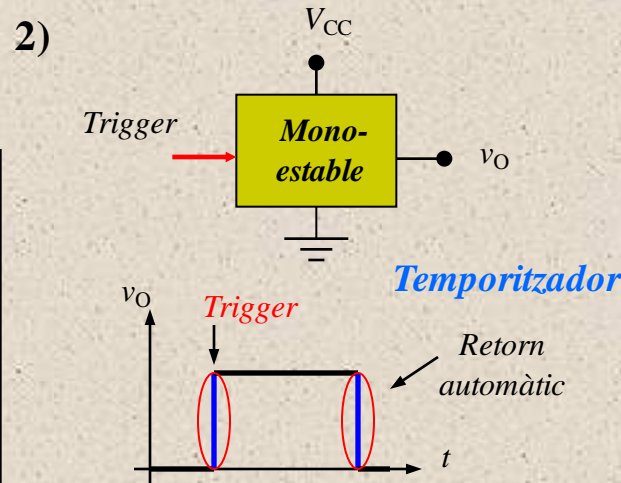
- Són circuits indicats per aplicacions on es requereixen **sincronitzar i temporitzar events**
- **3 Categories** (segons efecte de les comandes externes a la sortida): **astable, monoestable i biestable**

Aplicacions Digitals
(No s'estudiaran !!)



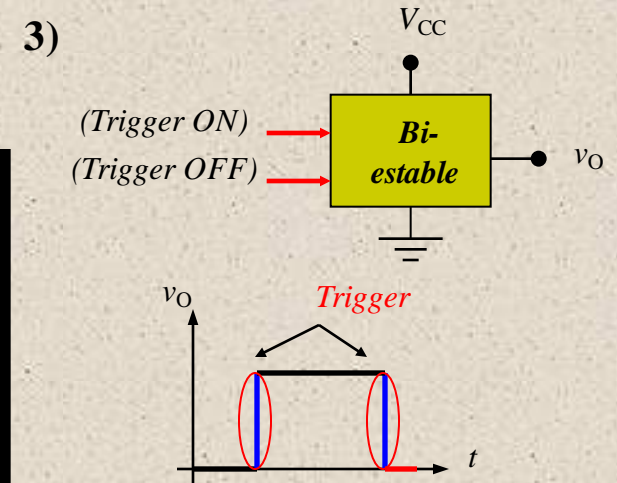
La sortida canvia sense comandes externes (**Dos estats inestables**)

(Free-running multivibrator)



Canvi d'estat amb comanda externa i retorn automàtic (**un estat estable**).

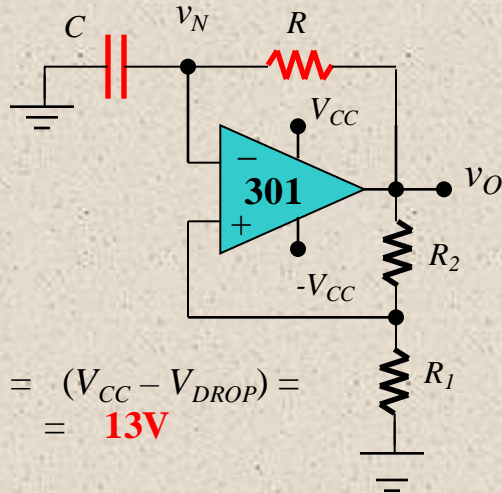
(One-shot multivibrator)



Per canviar d'estat es necessita comanda externa

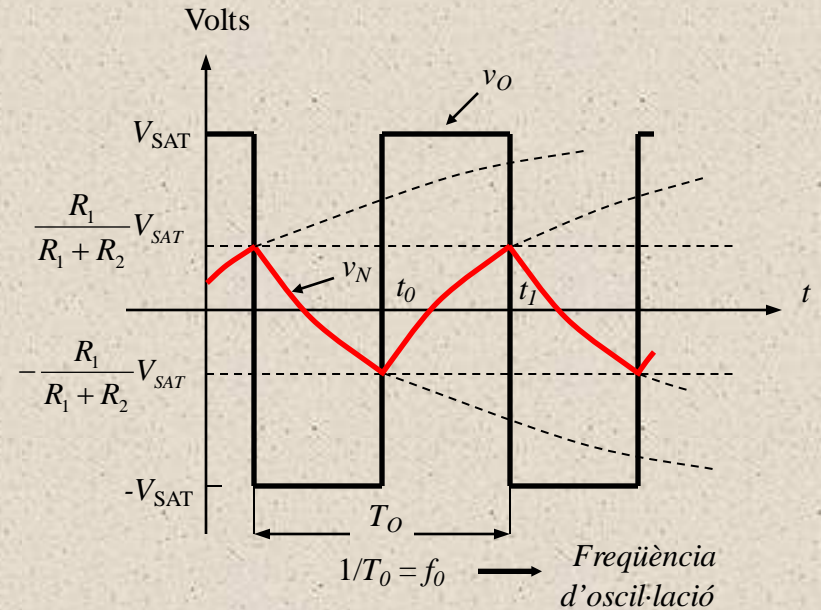
(Flip-flop)

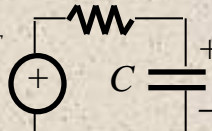
Astable bàsic amb operacional



$$V_{SAT} = (V_{CC} - V_{DROP}) = 13V$$

Multivibrador astable



• $t_0 < t < t_1 \rightarrow$  $\rightarrow v_C(t) = V_N^\infty + (V_N^0 - V_N^\infty)e^{-\frac{1}{RC}\Delta t}$

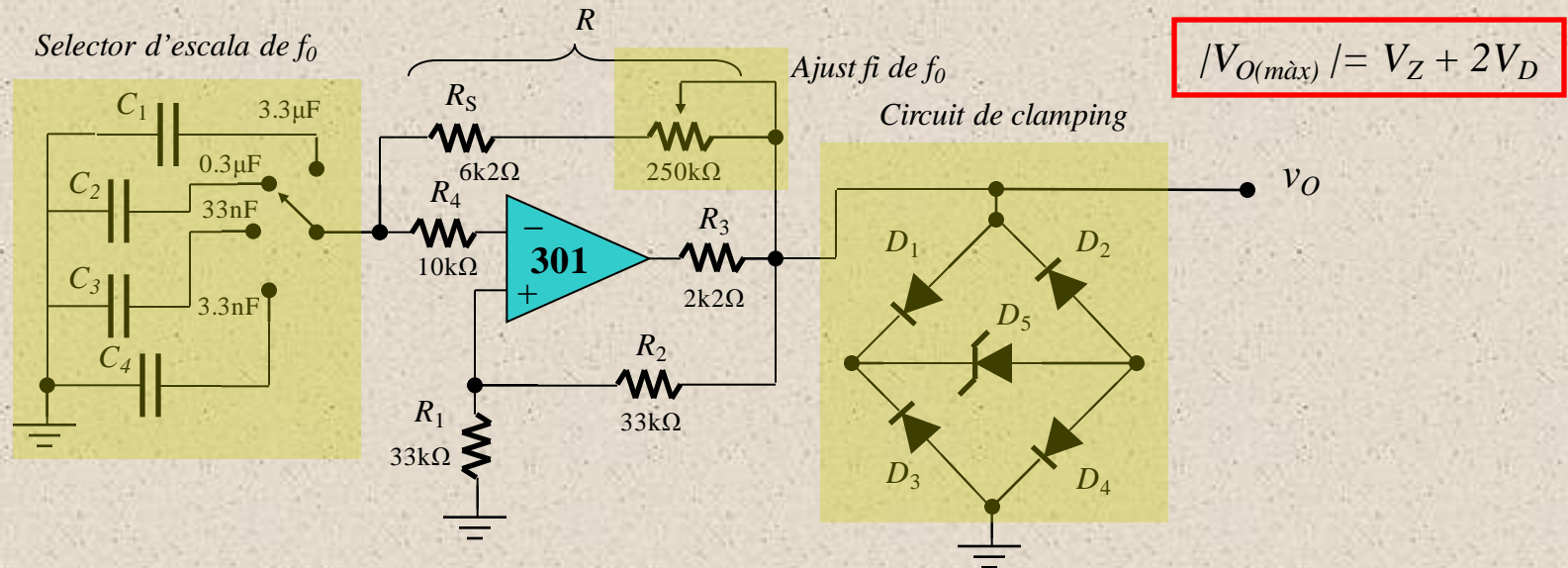
$$\left. \begin{aligned} V_C^\infty &= V_{SAT} \\ V_C^{t_0} &= -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT} \\ V_C^{t_1} &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\Delta t = T_0/2} \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{SAT}}_{V_C^{t_1}} = \left(1 - \frac{R_2 + 2R_1}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t_0}{2RC}} \right) V_{SAT} \rightarrow \underbrace{V_C^\infty + (V_C^0 - V_C^\infty)e^{-\frac{T_0}{2RC}}}_{V_C^{t_1}}$$

Període d'oscil·lació

$$T_0 = 2RC \cdot \ln \left(1 + 2 \frac{R_1}{R_2} \right)$$

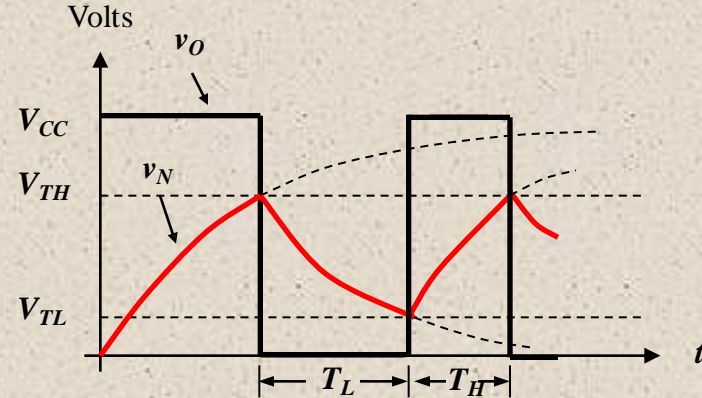
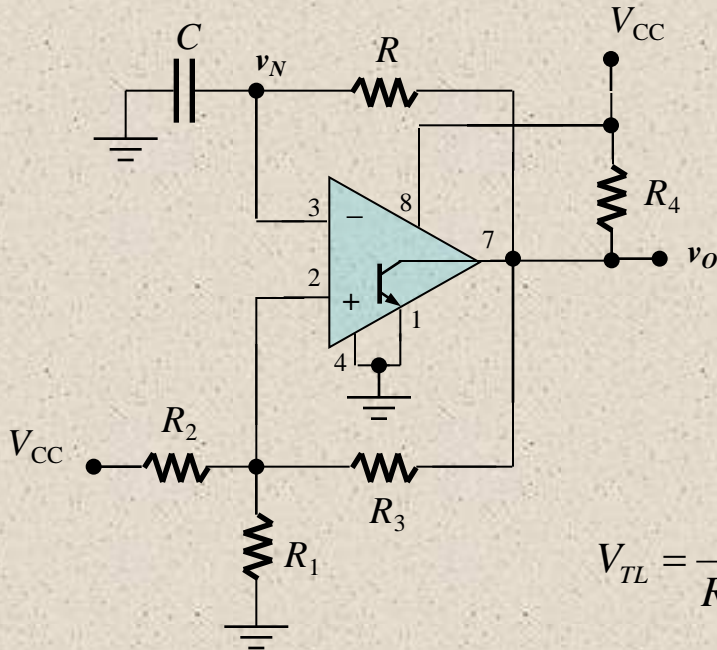
Astable. Especificacions

- Duty-Cicle variable: $D = \frac{T_H}{T_L + T_H}$ (És un valor fix i del **50% !!**)
- Freqüència d'oscil·lació estable i configurable → Alimentació **estable** (circuit de **clamping**), ús de **potenciòmetres** i **C variable**
- Freqüència mínima (f_{min}) → **Valors de R i C grans** (operacionals JFET)
- Freqüència màxima (f_{max}) → Dispositius **ràpids**



Astable amb LM311

- Quan només es disposa d'**una alimentació**



$$R_4 \ll R_3 + R_1 // R_2 !!!$$

$$V_{TL} = \frac{R_1 // R_3}{R_1 // R_3 + R_2} V_{CC} \quad V_{TH} = \frac{R_1 // R_3}{R_1 // R_3 + R_2} V_{CC} + \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3} V_{CC}$$

Freqüència d'oscil·lació

$$f_0 = \frac{1}{RC \cdot \ln \left(\frac{V_{TH}}{V_{TL}} \times \frac{V_{TL} - V_{CC}}{V_{TH} - V_{CC}} \right)}$$

Duty-Cicle

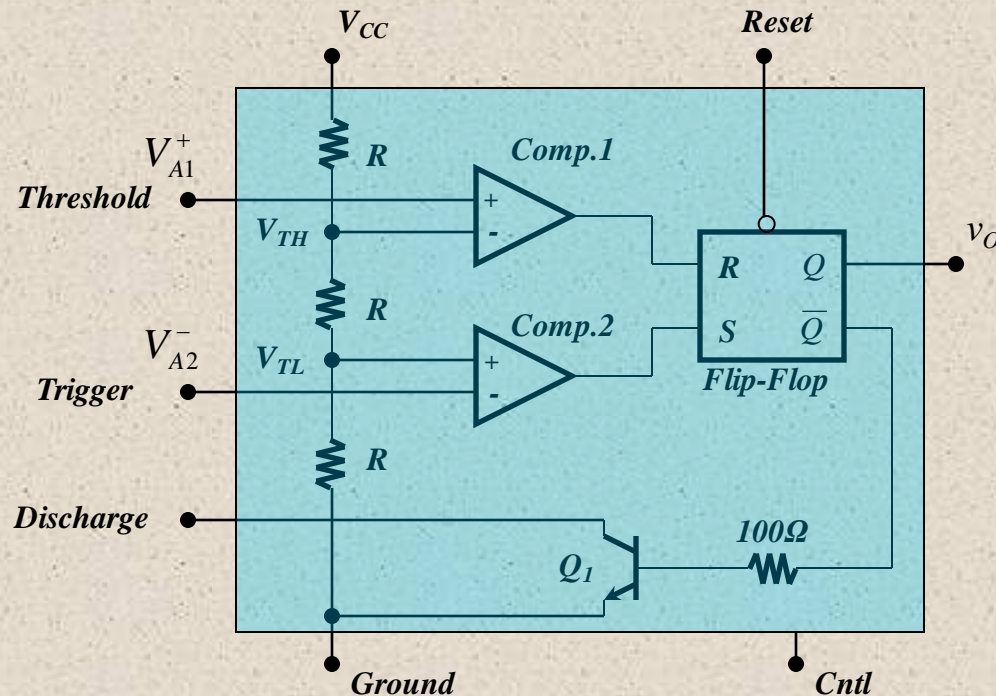
$$D = 100 \frac{\ln \left(\frac{V_{TL} - V_{CC}}{V_{TH} - V_{CC}} \right)}{\ln \left(\frac{V_{TH}}{V_{TL}} \times \frac{V_{TL} - V_{CC}}{V_{TH} - V_{CC}} \right)}$$

$$D = 50\% \text{ amb } R_1 = R_2 = R_3$$

El circuit integrat 555

- IC Timer per aplicacions basades en **astables** i **monoestables**

- Versàtil
- Dos operacionals formen un **comparador de finestra**, un **flip-flop RS**, un **BJT** que funciona com a switch



• Bàscula R-S

R	S	Q^-	$Q_1(\text{BJT})$
0	0	$Q^-(t)$	Q_1 tall/sat.
0	1	0	tall
1	0	1	saturació

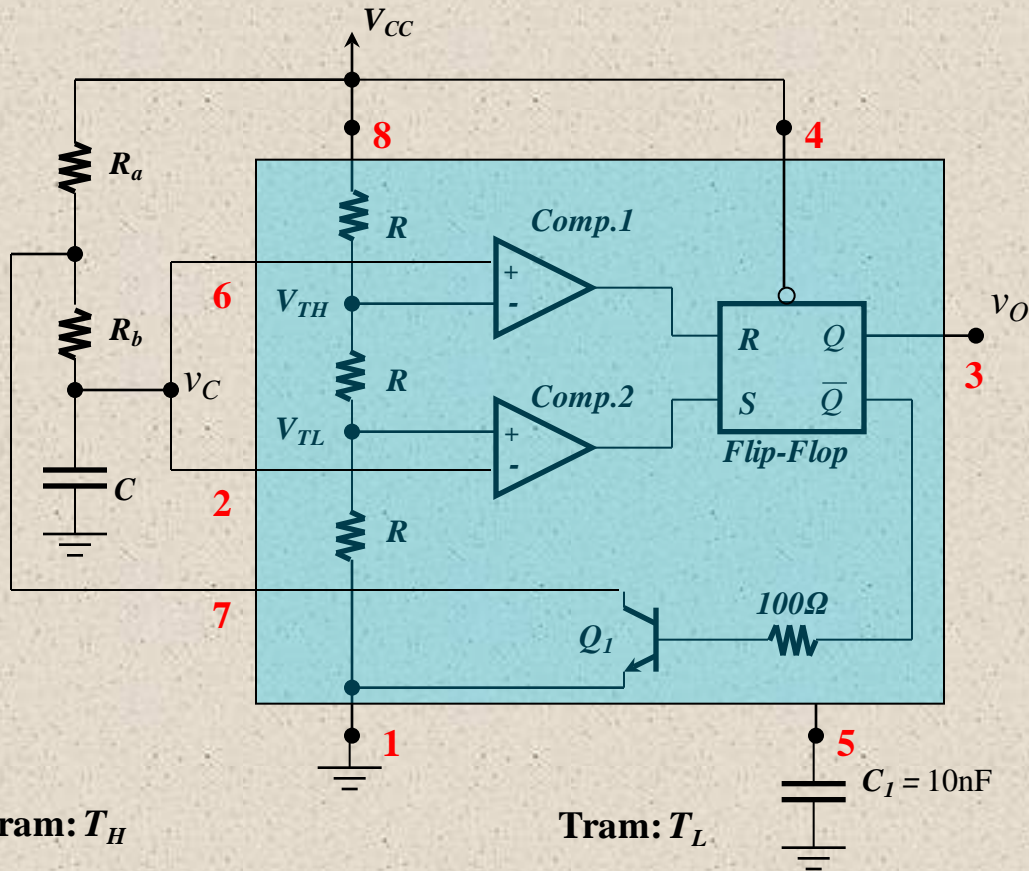
$$R = \begin{cases} V_{CC}, & V_{A1}^+ > 2V_{CC}/3 \\ 0, & V_{A1}^+ < 2V_{CC}/3 \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} 0, & V_{A2}^- > V_{CC}/3 \\ V_{CC}, & V_{A2}^- < V_{CC}/3 \end{cases}$$

• Sortida

Q^-	v_O
0	V_{CC}
1	0

Astable amb 555

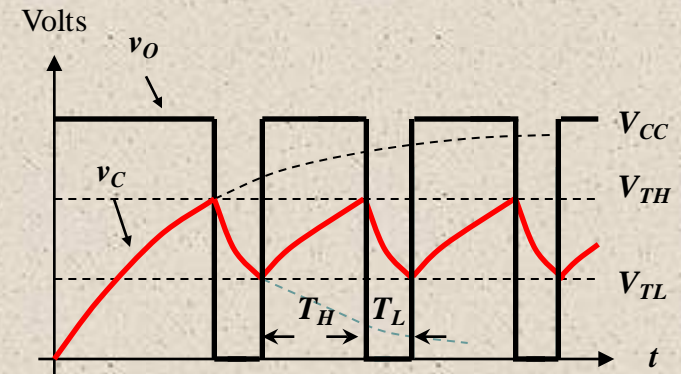


$$v_C(t) = V_{CC} - (V_{CC} - V_{TL}) \cdot e^{-t/(R_a + R_b)C}$$

$$T_H = C(R_a + R_b) \cdot \ln(2) = 0.69 \cdot (R_a + R_b)C$$

$$v_C(t) = V_{TH} \cdot e^{-t/R_b C}$$

$$T_L = C \cdot R_b \cdot \ln(2) = 0.69 \cdot R_b \cdot C$$



R	S	$v_C(t)$
0	1	$v_C < V_{CC}/3$
0	1	$V_{CC}/3 < v_C < 2V_{CC}/3$
1	0	$v_C > 2V_{CC}/3$

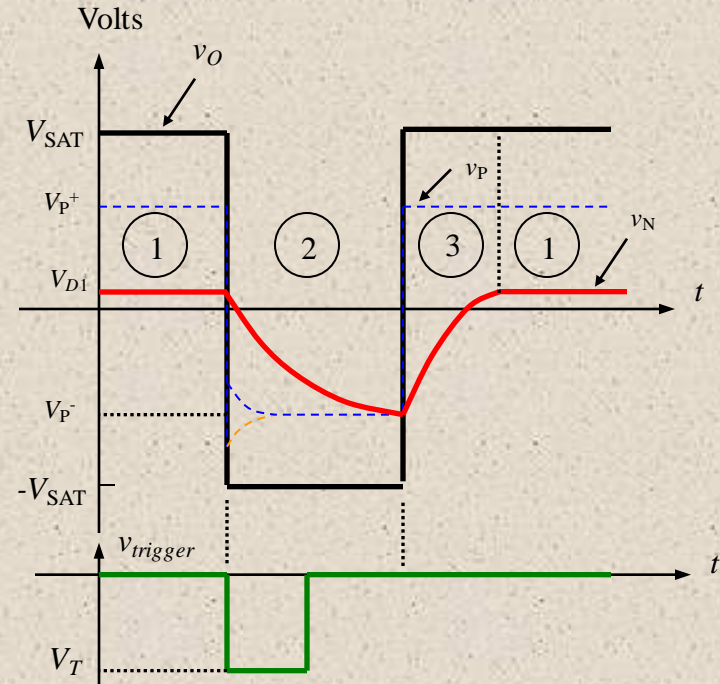
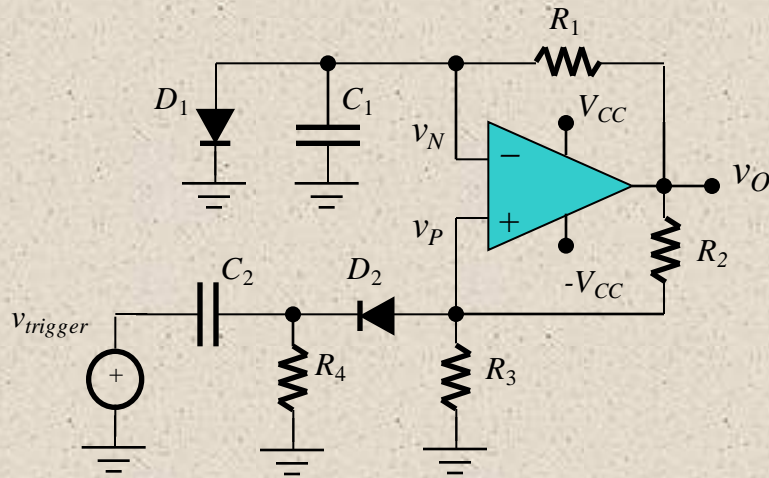
$$f_o = \frac{1}{T_L + T_H} = \frac{1.44}{(R_a + 2R_b)C}$$

$$DT = \frac{T_H}{T_L + T_H} = 100 \cdot \frac{R_a + R_b}{R_a + 2R_b}$$

Exercicis

- **Exercici 7.1.** Per mitjà d'un circuit astable amb operacional, dissenyeu un generador d'ona quadrada amb les següents especificacions:
 - f_0 , s'ha de seleccionar en increments de 0.1Hz fins a 10KHz **en dècades** per mitjà d'un selector
 - f_0 , ha de tenir un ajustament continu en cada interval
 - Amplitud estable de 5V (d'una alimentació de 15V amb arrissada)
- **Exercici 7.2.** En el generador astable amb LM311, especifiqueu components per a una oscil·lació $f_0 = 1\text{KHz}$ ($V_{CC} = 5\text{V}$)
- **Exercici 7.3.** En el generador astable amb 555, especifiqueu components per a una oscil·lació $f_0 = 50\text{KHz}$ i un *Duty-Cicle* = 50%

Monoestable bàsic amb operacional

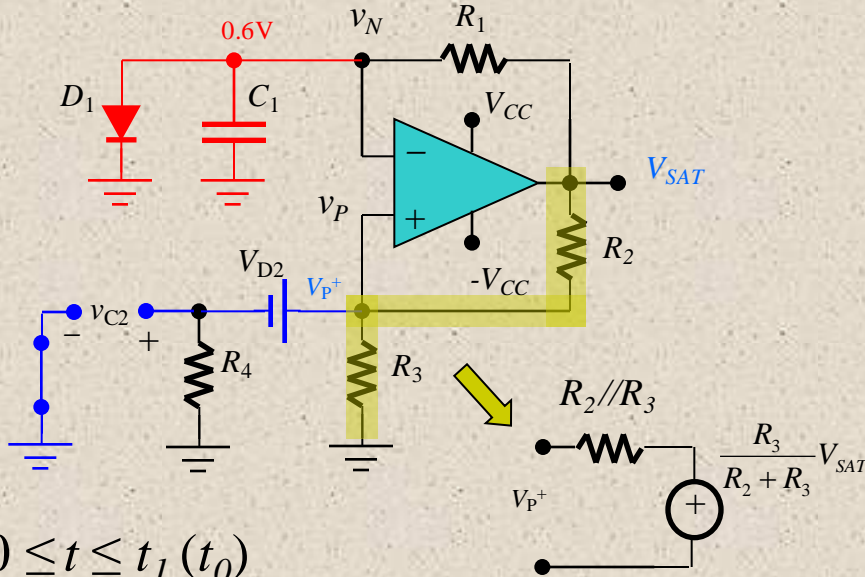


- Funcionament en **3 trams**

- **1) Repòs:** $v_O = V_{SAT}$, $v_N = V_D$ $v_P = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT}$
- **2) Trigger i temporització:** Pols negatiu a l'entrada. La dinàmica de càrrega en C_2 ha de ser més ràpida que en C_1
- **3) Recuperació:** Transició cap al retorn de l'estat de repòs.

Repòs ($0 \leq t \leq t_I$)

- Repòs amb $v_O = V_{SAT}$



- $0 \leq t \leq t_I (t_0)$

- Estat estable mentre $V_P^+ > v_N = V_{D1} = 0.6V$
- Condió de repòs:

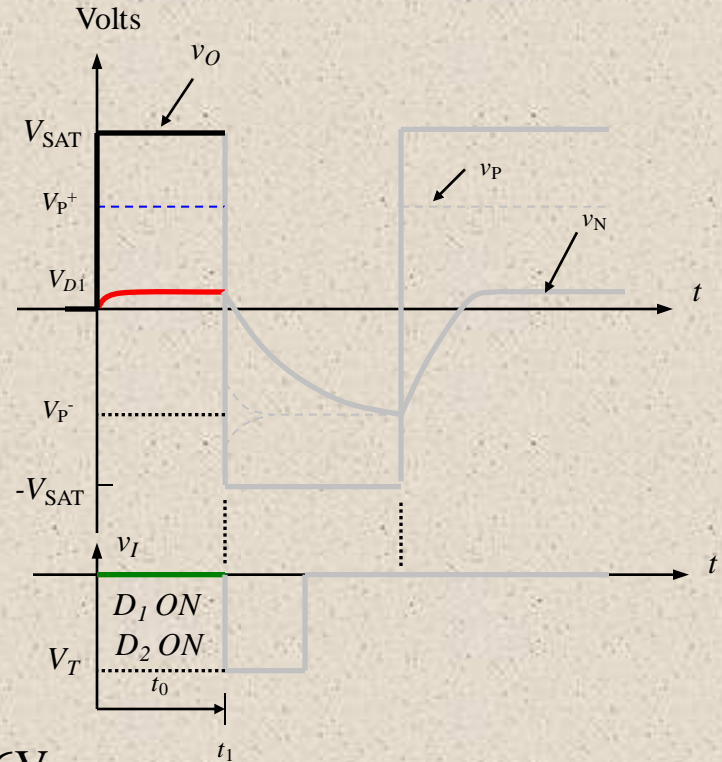
$$v_{C2} = R_4 \frac{\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} - v_{D2}}{R_4 + R_2 // R_3} \approx \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} - v_{D2}$$



$$V_P^+ = v_{C2} + V_{D2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT}$$

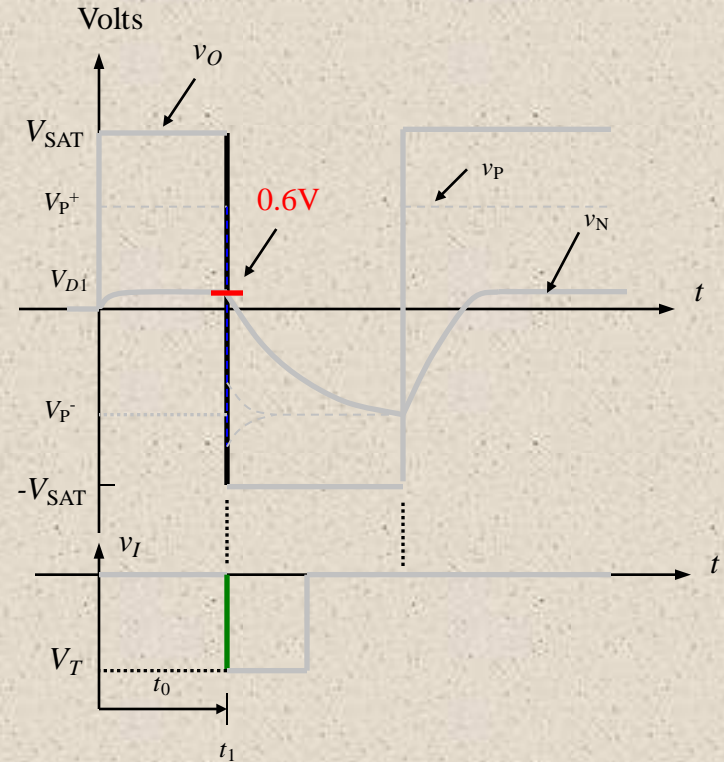
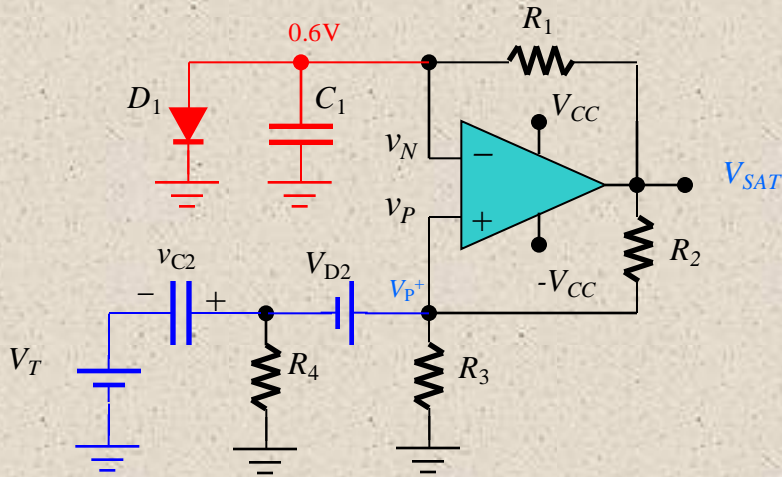
$$\boxed{\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} > v_N = 0.6V}$$

$R_4 \gg R_3 // R_2$.- Xarxa de trigger no ha de carregar el circuit



Trigger

- Quan és el 'trigger' efectiu?



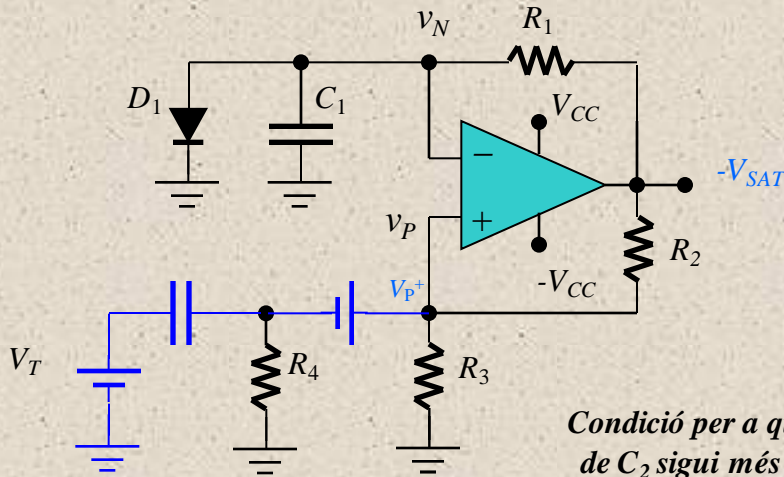
- Quan V_T provoqui $v_P < v_N = V_{DI} = 0.6V$

$$\left. \begin{aligned} v_P(t_1) &= V_{D2} + v_{C2}(t_1) + V_T \\ v_{C2}(t_1) &= v_{C2}(t_1^-) \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_P(t_1) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} + V_T < V_{DI} \Rightarrow \boxed{V_T < V_{DI} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT}}$$

- Pols en V_T ha de ser de valor **negatiu !!**

Trigger i Temporització ($t_1 \leq t \leq t_2$)

- Amb 'trigger' efectiu, $v_O = -V_{SAT}$



Condicció per a que la dinàmica de C_2 sigui més ràpida que C_1

$$C_2 \ll \frac{R_1}{R_2 + R_3} C_1$$

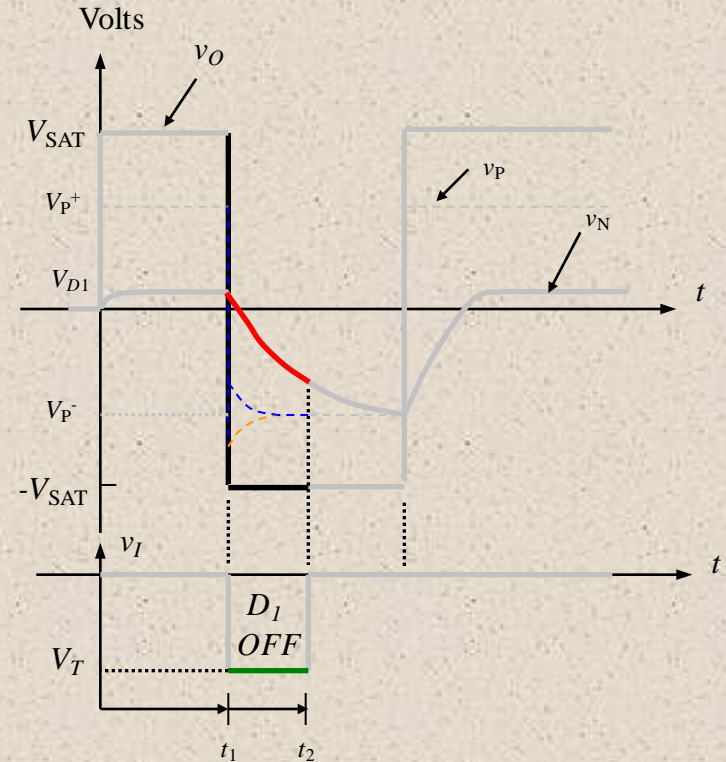
$$v_P(t_1) = V_{D1} + v_{C2}(t_1) + V_T$$

$$v_{C2}(t_1) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} - V_{D1}$$

$$v_{C2}(t_2) = v_{C2}(\infty) = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} - V_{D1} - V_T$$

$$v_P(t) = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} + \left[\frac{2R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} + V_T \right] \cdot e^{-\frac{(t-t_1)}{(R_2 \parallel R_3)C_2}}$$

$$V_P^- = v_P(\infty) = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT}$$



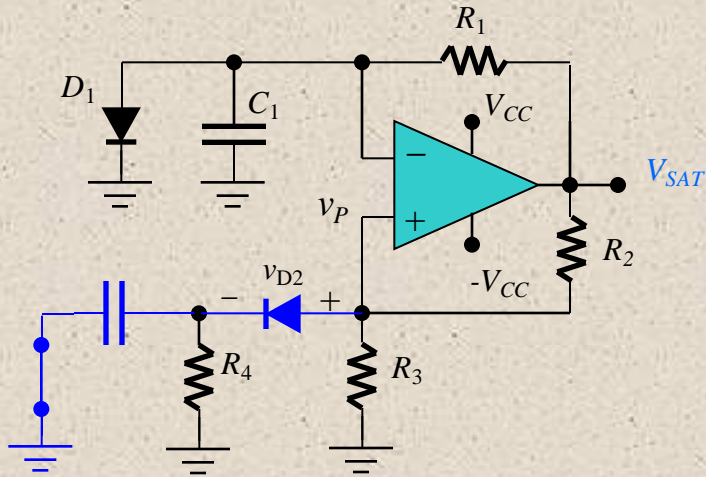
- Dos dinàmiques de C_2**

1) Si: $V_{D1} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} > V_T > -\frac{2R_3}{R_2 + R_3}$

2) Si: $V_T < -\frac{2R_3}{R_2 + R_3}$

Trigger i Temporització ($t_2 \leq t \leq t_3$)

- Cancel·lació del pols V_T



- D_2 bloquejat si $v_{D2} < V_{D2} = 0.6V$

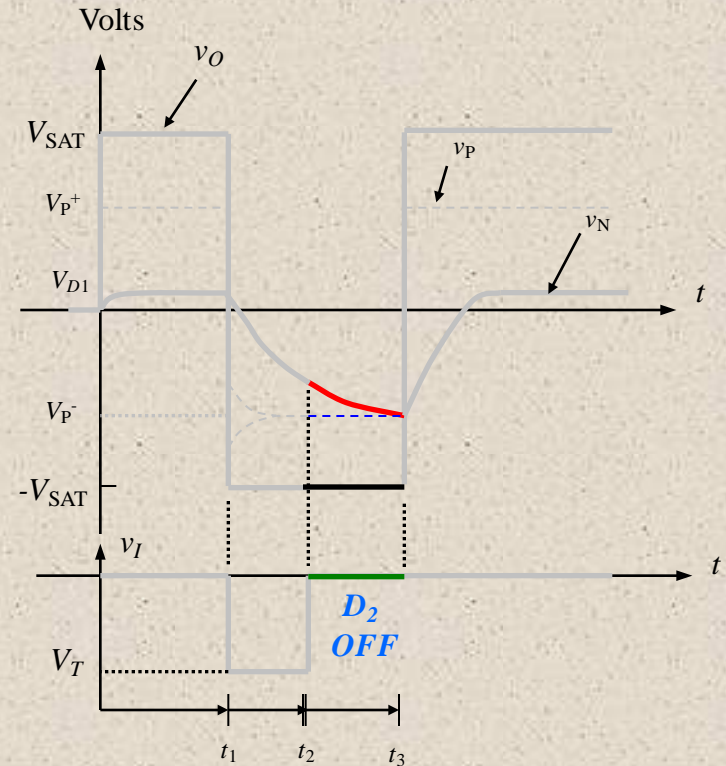
$$v_D(t_2) = v_P(t_2) - v_{C2}(t_2)$$

$$\left. \begin{aligned} v_{C2}(t_2) &= -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} - V_{D2} - \bar{V}_T \\ v_P(t_2) &= V_P^- = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} \end{aligned} \right\}$$

$$v_D(t_2) = V_{D2} + V_T < V_{D2}$$

$$V_T < 0$$

D_2 a OFF !!!



- D_2 passa a *OFF*, v_P es manté i v_{CI} continua disminuint

Temps d'oscil·lació ($t_1 \leq t \leq t_3$)

- $T_0 = t_3 - t_1$

$$v_N(t_1) = V_{D1} = 0.6V$$

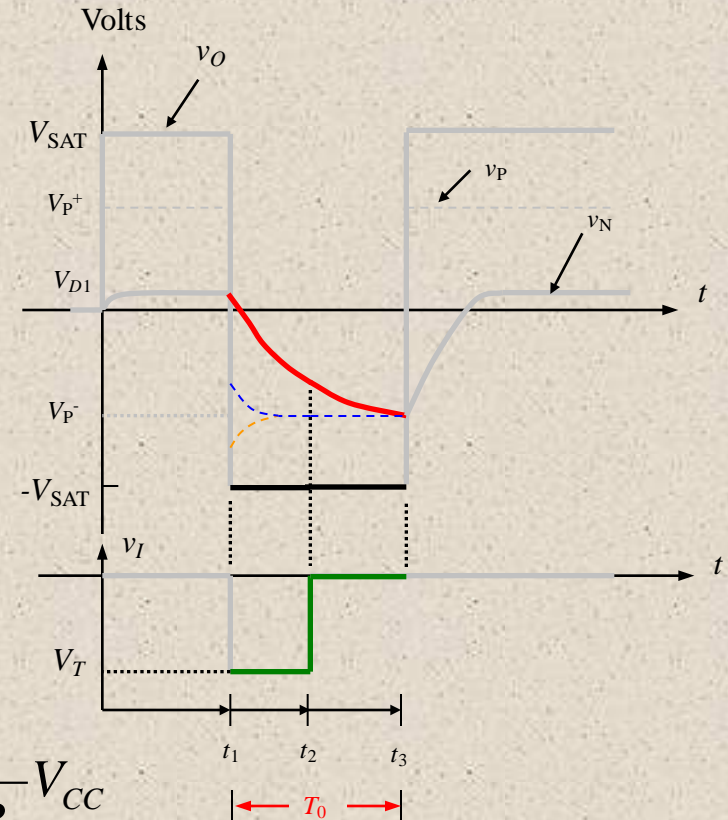
$$v_N(\infty) = -V_{SAT}$$

$$v_N(t_3) = v_P(t_3) = v_P(t_2) = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT}$$

- Expressió de càrrega de C_1

$$v_N(t) = v_{N(\infty)} + (v_{N(t_1)} - v_{N(\infty)}) e^{-\frac{t-t_1}{R_1 C_1}}$$

$$v_N(t_3) = -V_{SAT} + (V_{D1} + V_{SAT}) e^{-\frac{t_3-t_1}{R_1 C_1}} = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{CC}$$



$$T_0 = t_3 - t_1 = R_1 C_1 \cdot \ln \left[\left(1 + \frac{V_{D1}}{V_{SAT}} \right) \left(1 + \frac{R_3}{R_2} \right) \right]$$

Recuperació ($t_3 \leq t \leq t_4$)

- Quan $v_N < v_P$, $v_O = V_{SAT}$ i C_1 torna a carregar-se positivament
- v_P , canvia de signe i D_2 passa a *ON*

$$v_N(t_3) = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT}$$

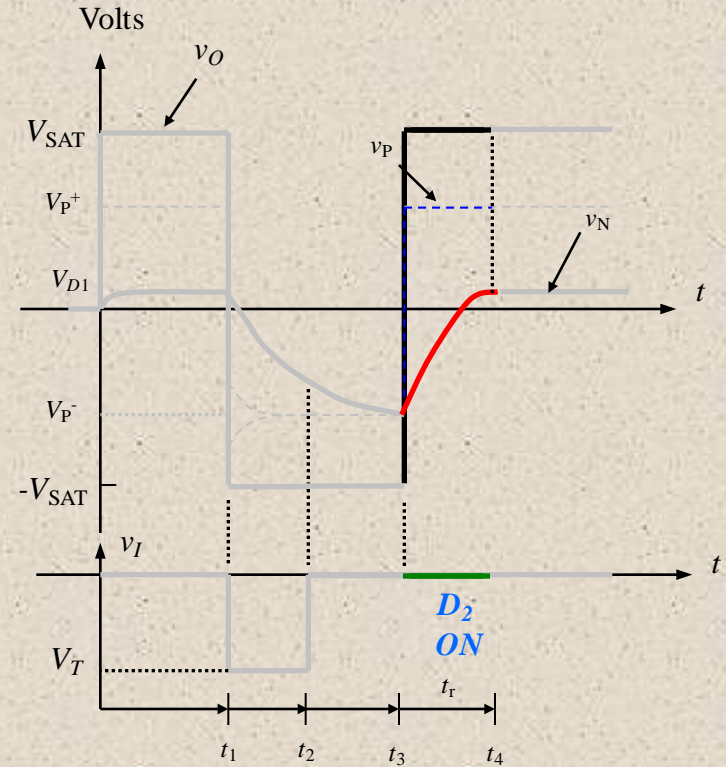
$$v_N(\infty) = V_{SAT}$$

$$v_N(t_4) = V_{D1} = 0.6V$$

$$v_N(t) = v_{N(\infty)} + (v_{N(t_3)} - v_{N(\infty)}) e^{-\frac{t-t_3}{R_1 C_1}}$$

$$v_N(t_4) = V_{CC} \left[1 - \frac{R_2 + 2R_3}{R_2 + R_3} e^{-\frac{t_4-t_3}{R_1 C_1}} \right] = V_{D1}$$

$$t_r = t_4 - t_3 = R_1 C_1 \cdot \ln \left[\frac{V_{SAT}}{V_{SAT} - V_{D1}} \cdot \frac{R_2 + 2R_3}{R_2 + R_3} \right]$$



Temps que cal esperar abans d'un nou 'trigger' per una nova temporització!!!

Exercici de disseny

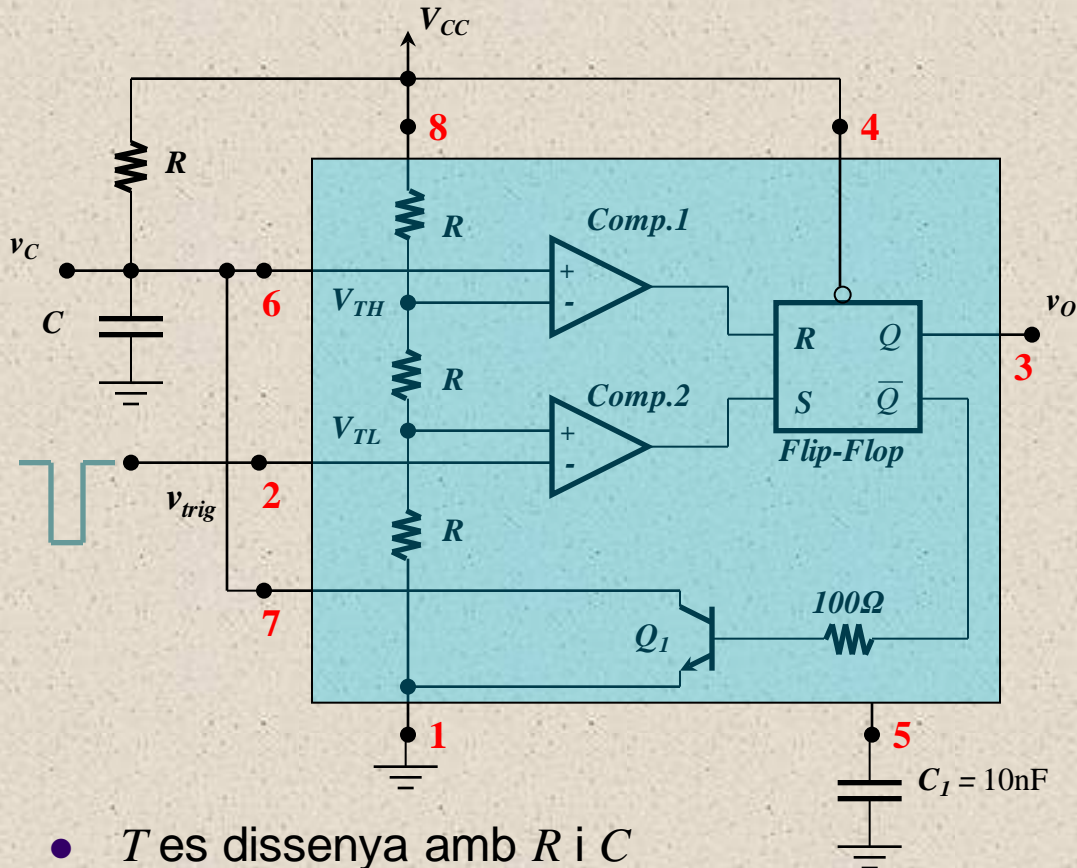
- Considerant l'amplificador operaciuonal ideal ($V_{SAT} = 15V$), Dissenyeu el circuit per obtenir una temporització $T_0 = 0.5mseg$.
- Dades: $V_{T(min)} = -0.9V$, $V_{D(On)} = 0.6V$
- Es recomana utilitzar els següents criteris:
 - 1) Trigger efectiu: $V_T < V_{D1} - \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{SAT} \Rightarrow R_2 > 9 \cdot R_3$
 - 2) Oscil·lació: $T_0 = t_3 - t_1 = R_1 C_1 \cdot \ln \left[\left(1 + \frac{V_{D1}}{V_{SAT}} \right) \left(1 + \frac{R_3}{R_2} \right) \right] \Rightarrow R_1 C_1 = 3.46mseg$
 - 3) Càrrega de la xarxa de trigger: $R_4 \gg R_2 // R_3 = (9R_3) // R_3 = 0.9R_3$
 - 4) Dinàmica de la xarxa de trigger auxiliar més ràpida que la de temporització: $R_2 // R_3 \cdot C_2 \ll R_1 C_1 \rightarrow C_2 \ll 3.84 \cdot 10^{-3} seg / R_3$

Monoestable amb AO. Inconvenients

- Al connectar l'alimentació, pot succeir que $v_o = -V_{SAT}$
 - En aquest cas, cal esperar un temps ($t_4 - t_1$ aprox.) abans d'utilitzar el temporitzador (**temps de Set-up**).
- Sortida **no compatible amb TTL o CMOS**. T_0 està afectat pel **soroll d'alimentació** (depèn de V_{SAT})
 - Cal adaptar la sortida amb circuits de 'clamping' o 'drivers'
- En general, **el disseny és molt complexa** per una funció tant simple en l'àmbit industrial (2 condensadors i 4 resistències)
 - És **molt més simple** i **econòmic** treballar amb **circuits integrats** (com el 555)

*Monoestables amb operacionals
estan **en desús** o tenen **utilitat acadèmica** !!!*

Monoestable amb 555



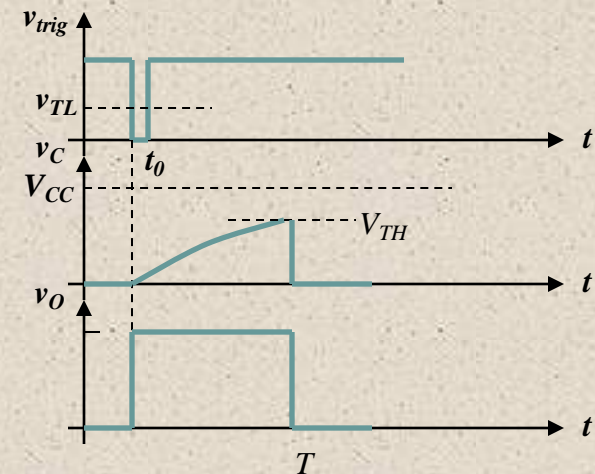
Càrrega de C a partir de $t = t_0$

$$v_C = V_{CC} \left(1 - e^{-t/RC} \right)$$

En $t=T$, $v_C = V_{TH} = 2/3 V_{CC}$

$$T = RC \cdot \ln(3) = 1.1 \cdot RC$$

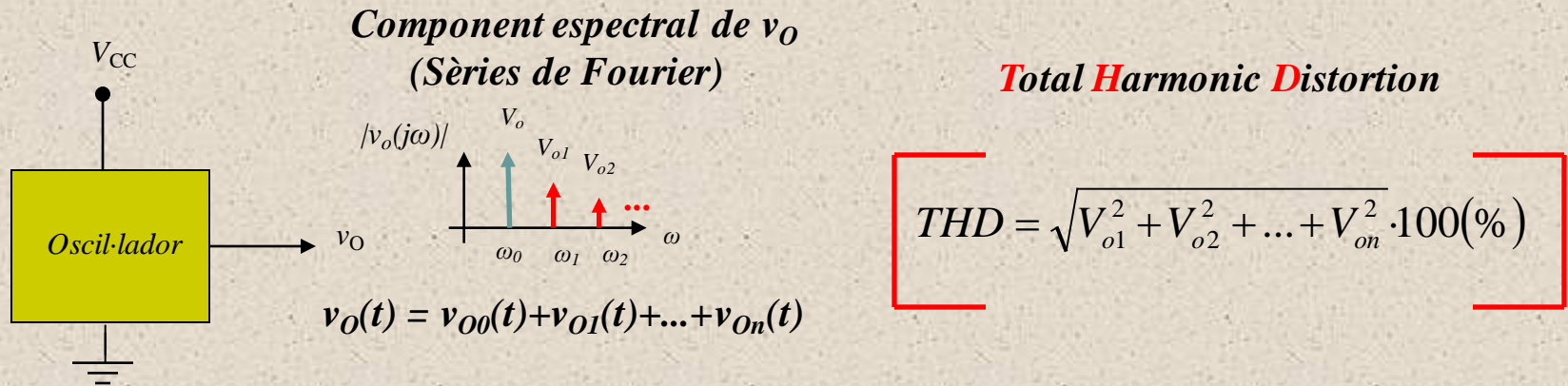
Desactivació en $t = T$



- T es dissenya amb R i C
- Amb un tren de polsos a v_{trig} s'obté un altre tren a v_O de mateixa freqüència però amb amplada de pols modulada per V_{TH} (PWM.- **P**ulse **W**idth **M**odulation)

Oscil·ladors sinusoidals. Especificacions

- L'objectiu consisteix en aconseguir una implementació **configurable** (en **amplitud i freqüència**) amb la **mínima distorsió (THD)** possible



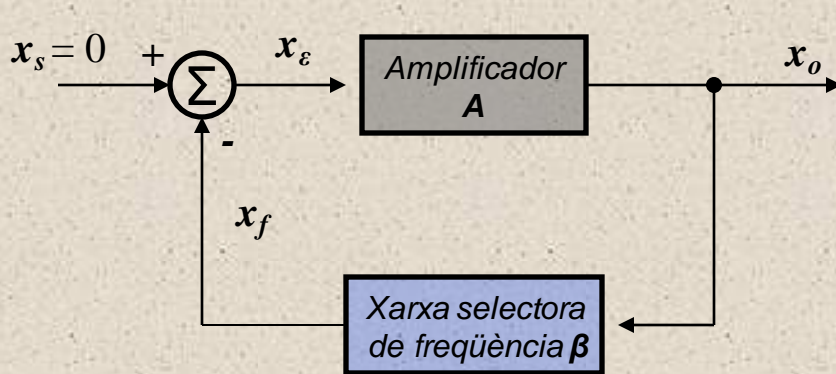
- Exemple: THD de forma d'ona triangular ($V_k = 1/k^2$, $k = 3, 5, 7, \dots$)

$$THD = 100 \times \sqrt{\frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \dots} \cong 12\%$$

THD del oscil·lador sinusoidal ideal \longrightarrow 0% !!!

Oscil·ladors sinusoidals

- El criteri de **Barhausen** (o criteri d'oscil·lació)



$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta(s)}$$

Guany de llaç: $T(s) = A(s)\beta(s)$

- Per a que un sistema esdevingui oscil·lador a una freqüència f_0 el guany de llaç ha de ser **unitari** i la seva fase **nul·la** (**Oscil·lador resonant**). D'aquesta manera $A_f \rightarrow \infty$

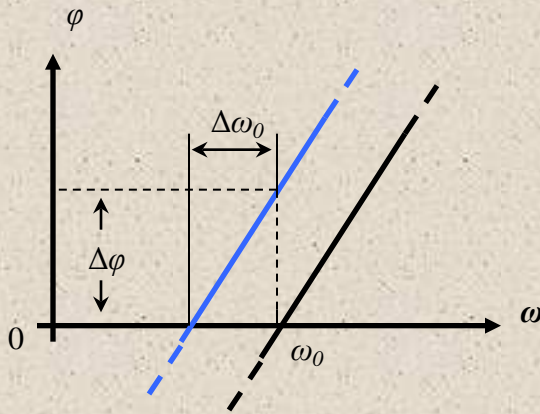
$$T(j\omega_0) \equiv A(j\omega_0)\beta(j\omega_0) = -1 = 1 \angle 180^\circ$$

→ *Condició per que hi hagi sortida finita amb entrada nul·la*

Estabilitat de l'oscil·lació

- La variació de (ω_0) determinada per les característiques de **fase** de $T(s)$. Si la fase té característiques de '**grao**' l'oscil·lació és més estable

- Interessa que **l'ordre de $T(s)$** sigui **elevat**

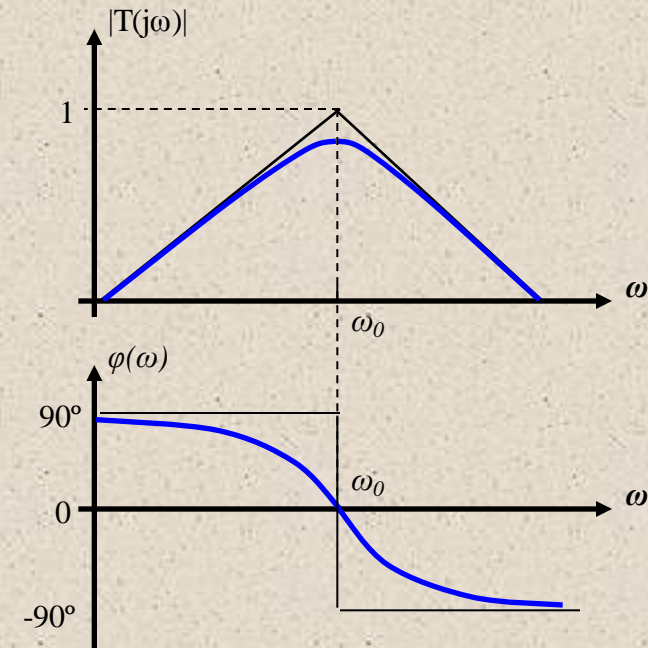
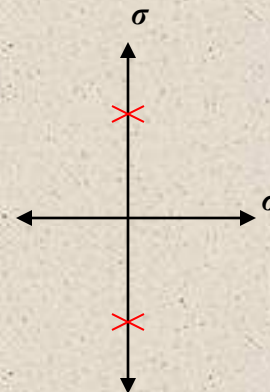


$$\Delta\omega_0 = \frac{\Delta\phi}{d\phi/d\omega}$$

Si $d\phi/d\omega$ és **elevat**, un canvi de $\Delta\phi$ degut als components no suposarà un gran canvi en ω_0

- Pols del sistema:

- sobre l'eix $j\omega$
- 2on. Ordre: $1 + T(s) = s^2 + \omega_0^2$
- $s = j\omega_0 \rightarrow$ **Pols conjugats**

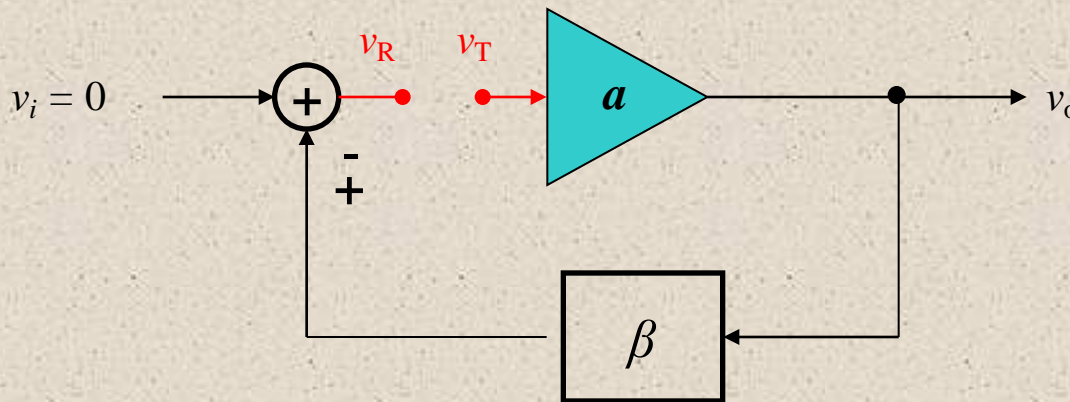


Tipus d'oscil·ladors sinusoidals

- **Amb operacionals**
 - **Pont de Wien** (*Wien Bridge oscillator*)
 - **Amb realimentació lineal o no lineal**
 - **Desplaçament de fase**
 - **Quadratura**
 - **Bubba**
 - **Conversió mitjançant ona triangular**
- **Transistoritzats.**- Per alta freqüència
 - **Clapp**
 - **Colppits**
 - **Hartley**

Metodologia de l'anàlisi

- En aquest circuits, amb conèixer el guany de llaç $T(s)=A(s)\cdot\beta(s)$ és més que suficient
 - No cal utilitzar el mètode sistemàtic de quadripols per calcular-la !!
 - Per aplicar la condició d'oscil·lació $T(s)=-1$ (o 1 en cas de realimentació positiva) és suficient amb eliminar v_i , trencar el llaç en un punt del sistema, aplicar un senyal de test (v_T) i mesurar el retorn (v_R)



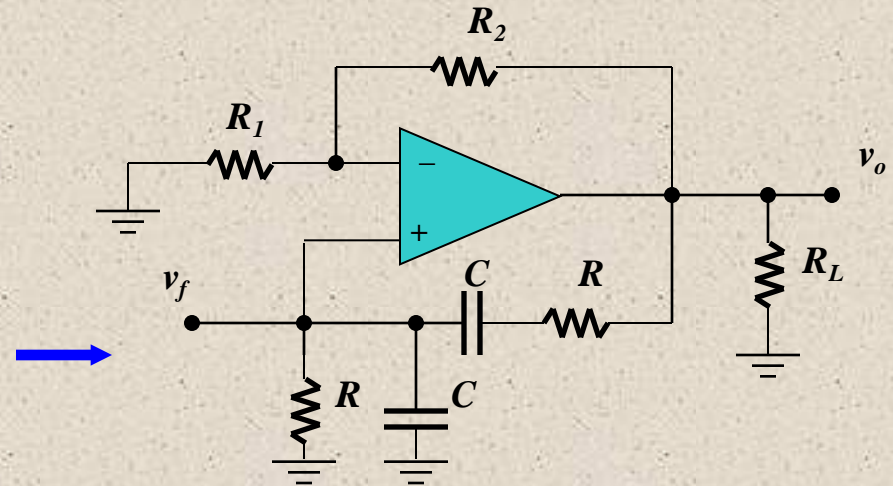
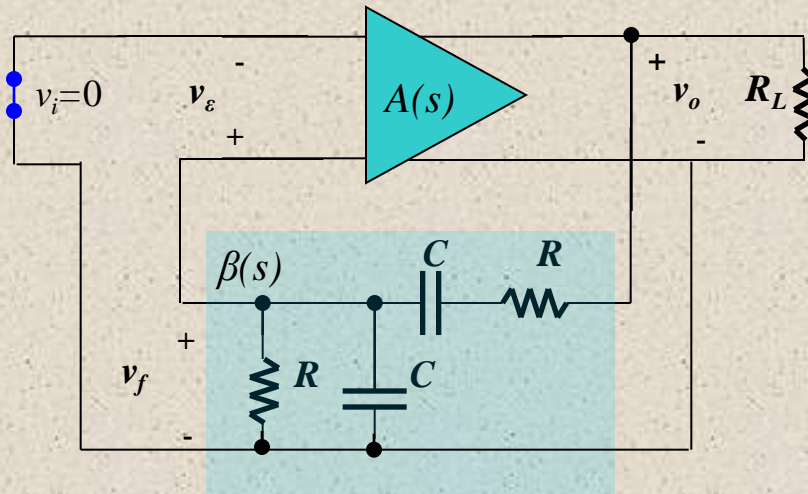
Condició d'oscil·lació
a la pràctica

$$\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = 1$$

- Fixeu-vos que aquest mètode, **no requereix conèixer el signe de la realimentació**

Pont de Wien

- Estructura sèrie-shunt on $\beta(s)$ és una xarxa passiva formada per R's i C's



- Expressions importants:**

$$\beta(s) = \frac{v_f(s)}{v_o(s)} = \frac{1}{3} \frac{\left(\frac{3}{RC}\right)s}{s^2 + \left(\frac{3}{RC}\right)s + \frac{1}{(RC)^2}}$$

$$A(s) = \frac{v_o(s)}{v_\varepsilon(s)} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

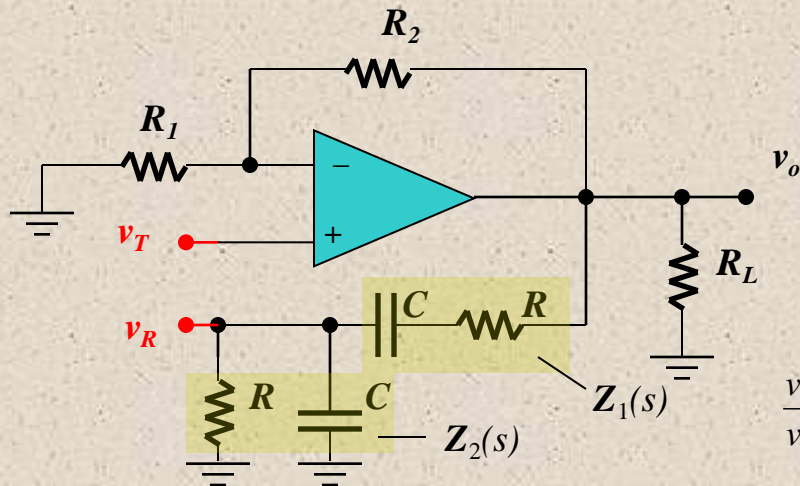
- Resultats:**

Freqüència d'oscil·lació: $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

Condició de guany: $A=3$

Pont de Wien. Anàlisi

- En primer lloc, s'ha de tallar el llaç per un punt on un dels terminals estigui a **alta impedància**, o bé sigui la **sortida d'un dispositiu**



$$Z_1(s) = \frac{RCs + 1}{Cs} \quad Z_2(s) = \frac{RCs}{RCs + 1}$$

$$v_R(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_2(s) + Z_1(s)} v_o(s) = \frac{1}{3} \frac{\left(\frac{3}{RC}\right)s}{s^2 + \left(\frac{3}{RC}\right)s + \frac{1}{(RC)^2}} v_o(s)$$

$$v_o(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_T(s) = A \cdot v_T(s)$$

$$\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = A \cdot \frac{\left(\frac{1}{RC}\right)s}{s^2 + \left(\frac{3}{RC}\right)s + \frac{1}{(RC)^2}} v_o(s) = 1 \quad \longrightarrow \quad \text{Condicció d'oscil·lació}$$

- A continuació, cal equiparar els termes imposant $s = j\omega_0$

- Freqüència d'oscil·lació: $(j\omega_0)^2 + \frac{1}{(RC)^2} = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi RC}}$ Termes amb **part real**

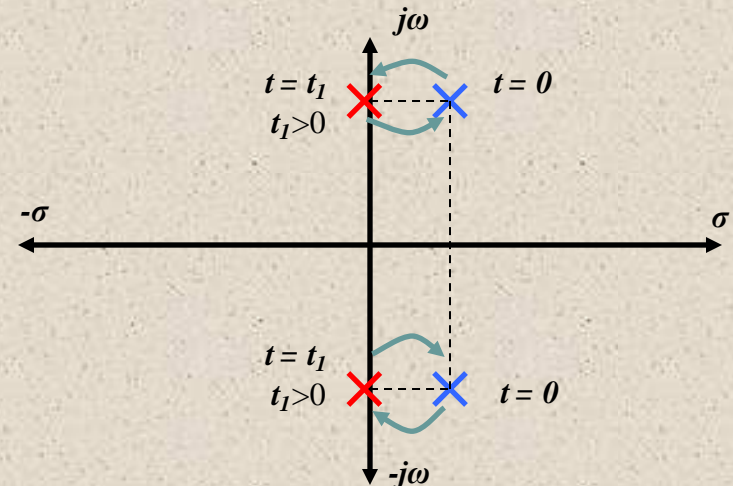
- Condicció de guany: $A \left(\frac{1}{RC}\right) j\omega_0 = \left(\frac{3}{RC}\right) j\omega_0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{A = 3}$ Termes amb **part imaginària**

Consideracions del pont de Wien

- El criteri només garanteix oscil·lacions constants des d'un punt de vista *matemàtic* (**teòric**).
- A la pràctica és bastant difícil aconseguir que $A(s) \cdot \beta(s) = 1$, **clavat!!!**
 - *Tolerància en R's i C's, temperatura*, provoquen una sortida **nul·la** (si els pols estan al semiplà esquerre, $A \cdot \beta < 1$) o bé **inestable** (si els pols estan al semiplà dret, $A \cdot \beta > 1$)
- A més de la freqüència, l'**amplitud** és un altre especificació important que **no queda especificada**
 - Calen sistemes i circuit addicionals que permetin configurar aquests paràmetres de manera senzilla
- A la freqüència d'oscil·lació f_0 també es coneix com **freqüència de resonància**

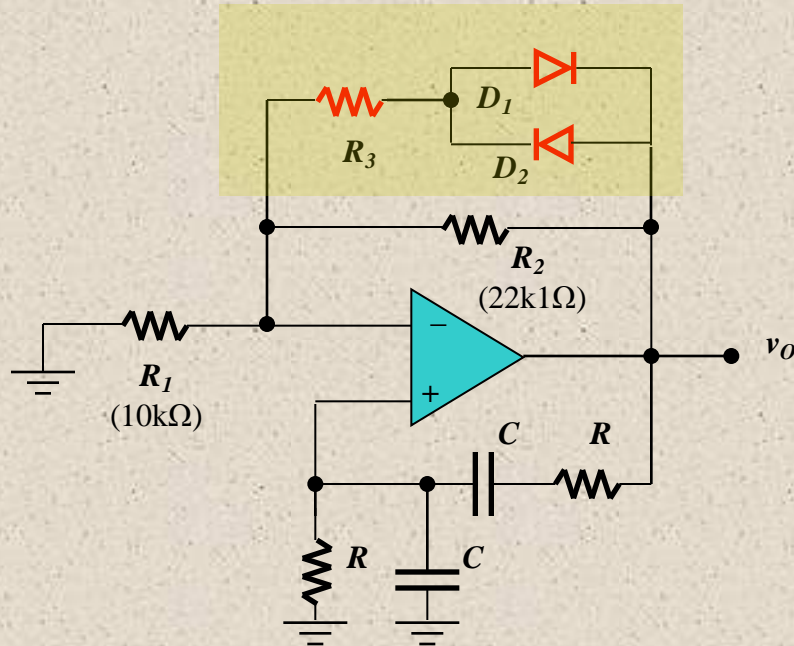
Control d'amplitud (AGC)

- Mecanisme automàtic que **garanteix** $A \cdot \beta = 1$ amb l'amplitud desitjada (**A**utomatic **G**ain **C**ontrol)
- Control del valor de **A** segons el següent procés:
 - **1.- Arrancada.** $A \cdot \beta > 1$ (pols al semiplà dret) fins que la sortida arriba al **nivell d'amplitud desitjat**
 - **2.- Manteniment.** La xarxa provoca **canvis de guany** en el temps que fan que $A \cdot \beta \approx 1$ (pols sobre l'eix imaginari, $s = j\omega$) de manera permanent
- Mètode d'implementació
 - **Variació de resistència** amb **circuits limitadors**



Control amb díodes limitadors

Xarxa no lineal de control d'amplitud



$$|V_{o(max)}| = \frac{3}{2} V_{D(critica)} + I_{D(min)} \cdot R_3 \cong \frac{3}{2} V_{D(critica)}$$

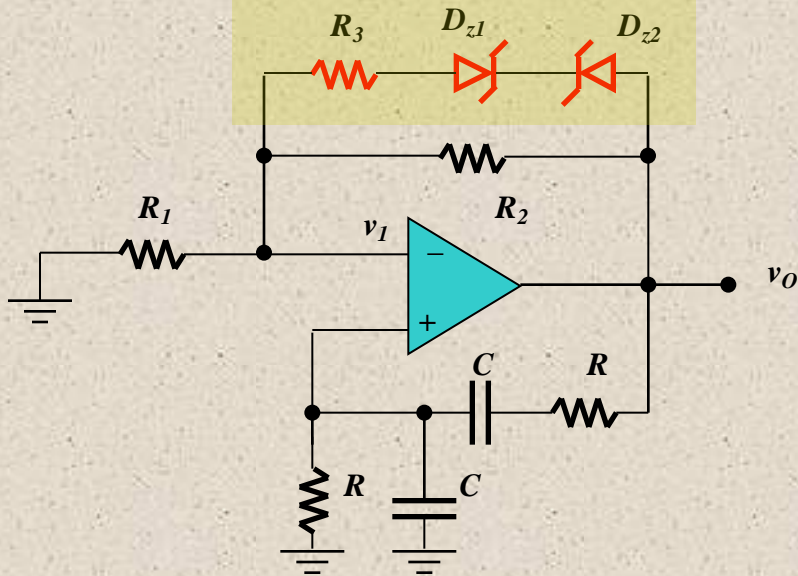
• Funcionament:

- **1) Arrencada.** Sistema és **inestable** ($R_2/R_1 > 2$) i tendeix a oscil·lar fins la saturació (V_{OH} o V_{OL})
 - **1.1** Al arribar $|v_O|$ al llindar de ($|V_{o(max)}|$), D_x queda en paral·lel amb R_3 , ($A < 3$) i el sistema es torna **estable**
 - **1.2** Quan v_O baixa del llindar, D_x deixa de conduir, el sistema torna a ser inestable però amb dinàmica de sortida oposada
- **2) Manteniment.** El cicle es repeteix a partir del punt 1.1 anàlogament
- **Disseny:** $R_2 > 2R_1$, $R_3 \gg R_2$ $R_3 = 100k\Omega$

- **Inconvenients:** $V_{O(max)}$ sensible al valor de V_D i les toleràncies de les R_s
 → **Cal·libració de v_O sense distorsió difícil !!!**

Control amb limitador zener

Xarxa no lineal de control d'amplitud



$$|V_{o(max)}| = \frac{3}{2} (V_Z + V_{D(critica)}) + I_z \cdot R_3 \cong \frac{3}{2} (V_Z + V_\delta)$$

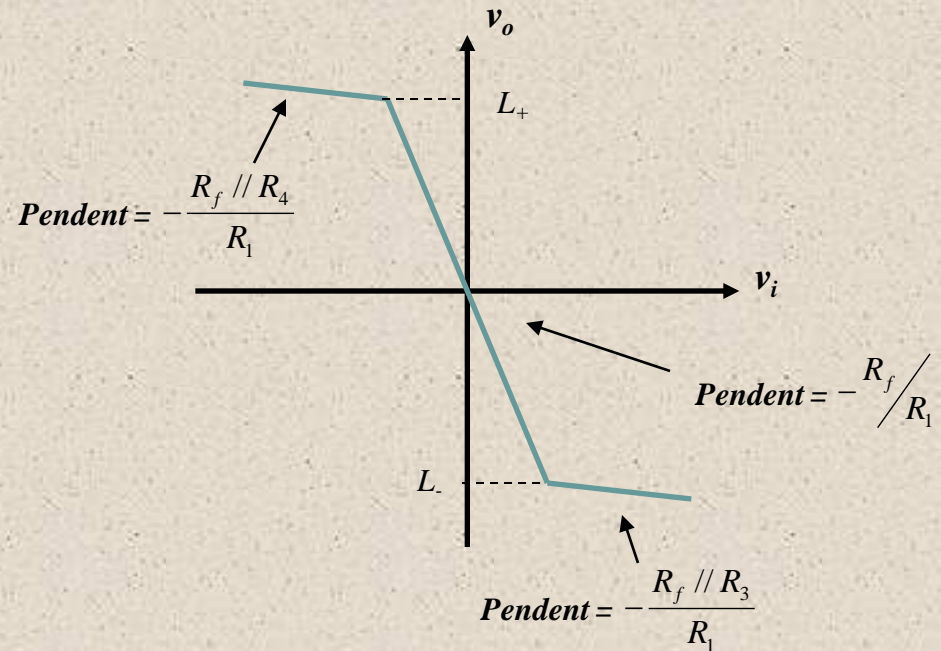
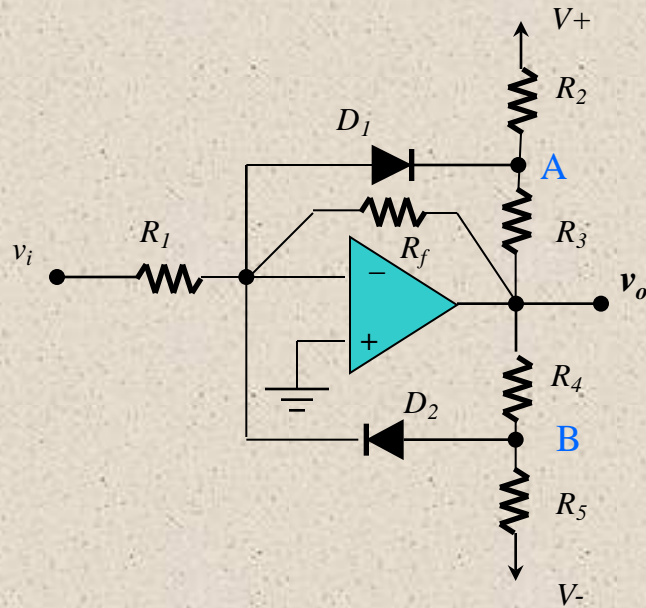
- **Millora:**

- Augmenta el rang de sortida (delimitat per **díodes zener**)

- **Inconvenients:**

- Sensible a les variacions de V_D tot i augmentar el rang. L'ajustament de sortida sense distorsió continua sent difícil.

Un apunt breu de circuits limitadors



- Dades importants:

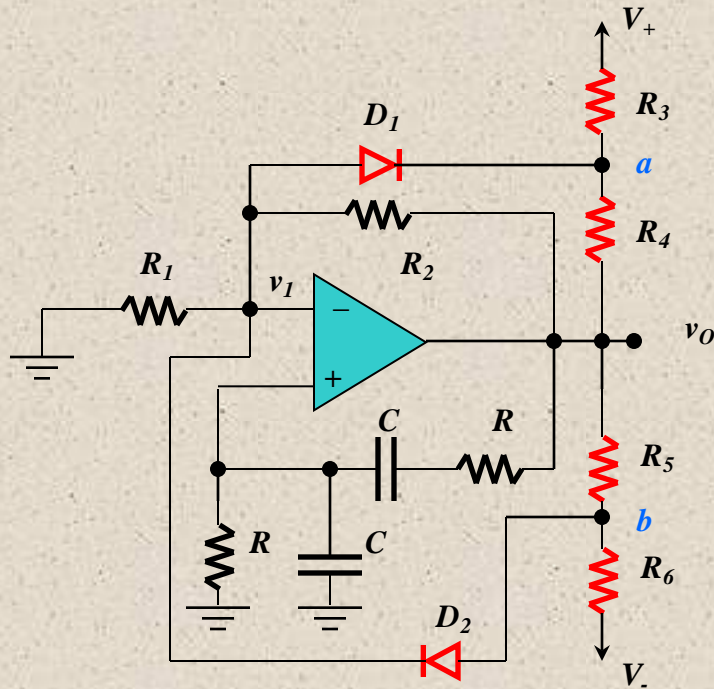
- Limit inferior: $v_A = V \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} + v_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = -V_D \rightarrow$

- Limit superior: $v_B = V \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_5} + v_o \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = V_D \rightarrow$

$$\boxed{L_- = -V \cdot \frac{R_3}{R_2} - V_D \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}$$

$$\boxed{L_+ = V \cdot \frac{R_4}{R_5} + V_D \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)}$$

Control amb limitador d'amplitud



$$\frac{v_o - v_b}{R_5} = \frac{v_b + V}{R_6} \longrightarrow v_{o\max} = \frac{3[R_5(V_D + V) + R_6V_D]}{2R_6 - R_5}$$

$$\frac{V - v_a}{R_3} = \frac{v_a - v_o}{R_4} \longrightarrow v_{o\min} = -\frac{3[R_4(V_D + V) + R_3V_D]}{2R_3 - R_4}$$

• Funcionament:

- 1) **Arrencada:** Sistema *inestable* amb $A > 3$ (Disseny habitual de R_1 i R_2)

- 1.1 Quan $|v_o|$ arriba a $|v_{o\max}|$, $v_{b,a}$ excedeix la següent magnitud:

$$|v_{b,a}| = v_1 + V_{Dx} = \frac{1}{3}v_o + V_{Dx}$$

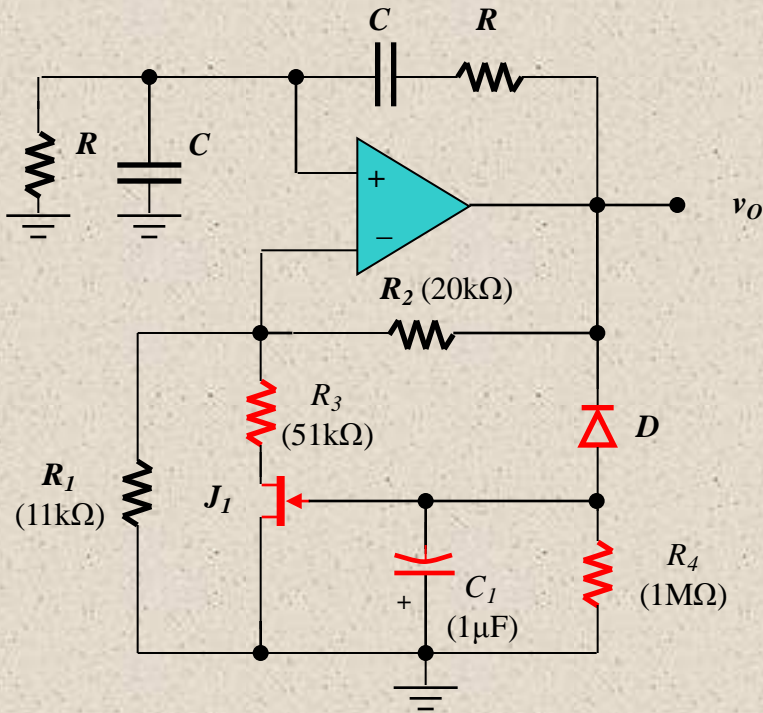
D_x passa a ON i els pols es mouen al semiplà esquerre (sistema *estable* perquè $R_2/R_4 < 2$ i, per tant, $A < 3$)

- 1.2 Quan v_o baixa del llindar, D_x deixa de conduir, el sistema torna a ser inestable però amb dinàmica de sortida oposada

- 2) **Manteniment** El cicle es repeteix anàlogament a partir del punt 1.1

- Continua sent difícil eliminar la **distorsió**

Control d'amplitud amb JFET



$$|V_{o(max)}| = V_{gs(critica)} - V_{D(on)}$$

Normalment, $V_{GS(critica)}$ és un valor pròxim a V_p !!!

• Funcionament:

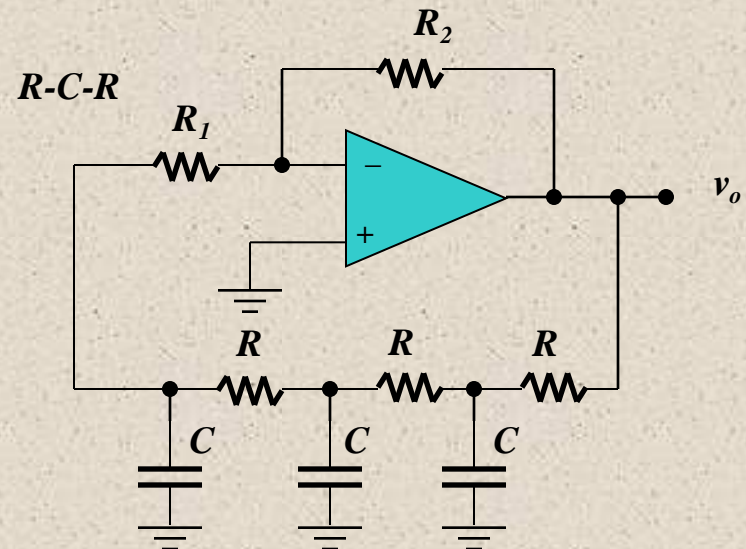
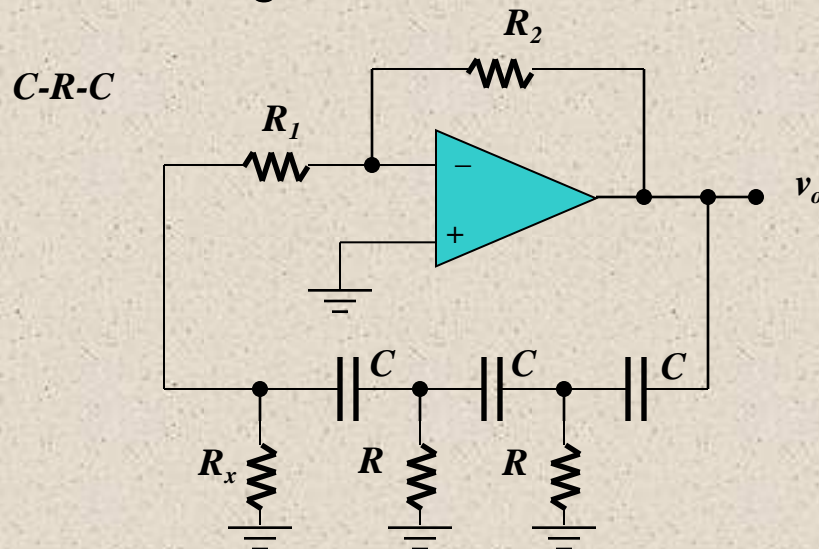
- J_1 configura la resistència $R_3 + r_{ds}$ que, en paral·lel amb R_1 permet que els pols estiguin a l'eix (**$A = 3$**)
- D i C_1 formen un **detector de pic negatiu**
- **1) Arrencada:** C_1 està descarregat ($v_{GS} = 0 \rightarrow J_1 = ON$). Com que $r_{ds} \approx 0$, el sistema és **inestable ($A > 3$)** i comença a oscil·lar
- **2) Manteniment:** A mesura que creix l'oscil·lació, la tensió a C_1 ($-v_{GS}$) augmenta, reduint la conductivitat en el JFET (r_{ds} augmenta) fins estabilitzar-se:

$$\frac{R_2}{R_1 // (R_3 + r_{ds})} = 2 \quad \rightarrow \quad \text{Pols a l'eix } j\omega !!$$

- Gràcies al detector de pic, el valor es manté manera indefinida a C_1

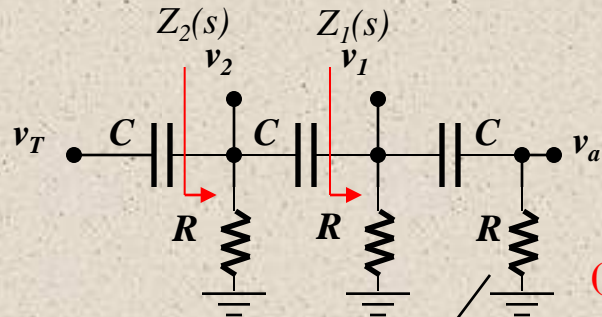
Phase Shift Oscillator (PSO)

- Interessa una sortida amb **poca distorsió** i **una f_0** estable ($d\phi/dt$ gran)
- El **desplaçador de fase** (PSO) ho consegueix modificant la xarxa $\beta(s)$:
 - $\beta(s)$ és d'ordre 3 ($d\phi/dt$ augmenta)
 - $\beta(s)$ elimina els harmònics que causen la distorsió (actua de filtre)
 - Cada secció RC desfasa 60°
- Dos configuracions: $C-R-C$ i $R-C-R$



Anàlisi del PSO. C-R-C

- Determinació de $v_R(s)/v_T(s)$



$$Z_1(s) = \left(R + \frac{1}{Cs} \right) // R = \frac{R^2Cs + R}{2RCs + 1}$$

$$Z_2(s) = \left(Z_1(s) + \frac{1}{Cs} \right) // R = \frac{R^3C^2s^2 + 3R^2Cs + R}{3(RCs)^2 + 4RCs + 1}$$

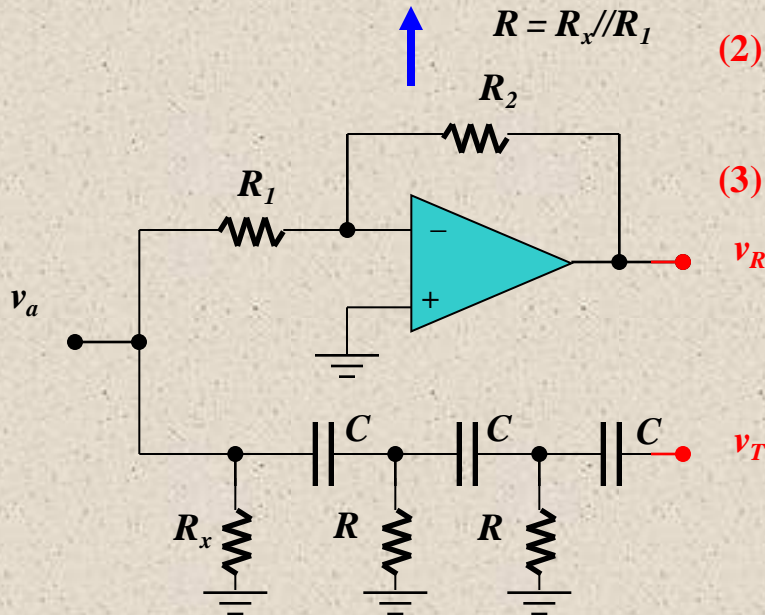
$$(1) \quad v_a(s) = \frac{R}{R + (Cs)^{-1}} v_1(s) = \frac{RCs}{RCs + 1} v_1(s)$$

$$(2) \quad v_1(s) = \frac{Z_1(s)}{Z_1(s) + (Cs)^{-1}} v_2(s) = \frac{(RCs)^2 + RCs}{(RCs)^2 + 3RCs + 1} v_2(s)$$

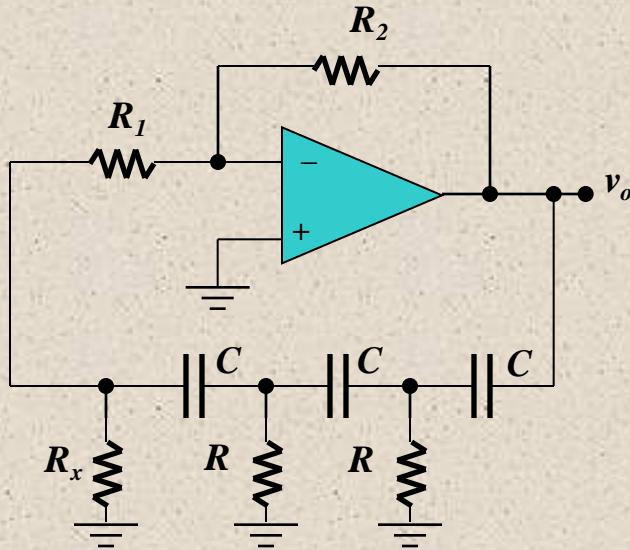
$$(3) \quad v_2(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_2(s) + (Cs)^{-1}} v_T(s) = \frac{(RCs)^3 + 3(RCs)^2 + RCs}{(RCs)^3 + 6(RCs)^2 + 5RCs + 1} v_T(s)$$

$$\frac{v_a(s)}{v_T(s)} = \frac{(RCs)^3}{(RCs)^3 + 6(RCs)^2 + 5RCs + 1} \quad \frac{v_R(s)}{v_a(s)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = \frac{v_R(s)}{v_a(s)} \cdot \frac{v_a(s)}{v_T(s)} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{(RCs)^3}{(RCs)^3 + 6(RCs)^2 + 5RCs + 1}$$



Anàlisi del PSO. C-R-C (i II)



- Condició d'oscil·lació

$$\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{(RCs)^3}{(RCs)^3 + 6(RCs)^2 + 5RCs + 1} = 1$$

$$-\frac{R_2}{R_1} (RCs)^3 = (RCs)^3 + 6(RCs)^2 + 5RCs + 1$$

- Freqüència d'oscil·lació: $-6(RC)^2\omega_0^2 = -1 \rightarrow 6(RC\omega_0)^2 = 1$
(terme amb *part real*)

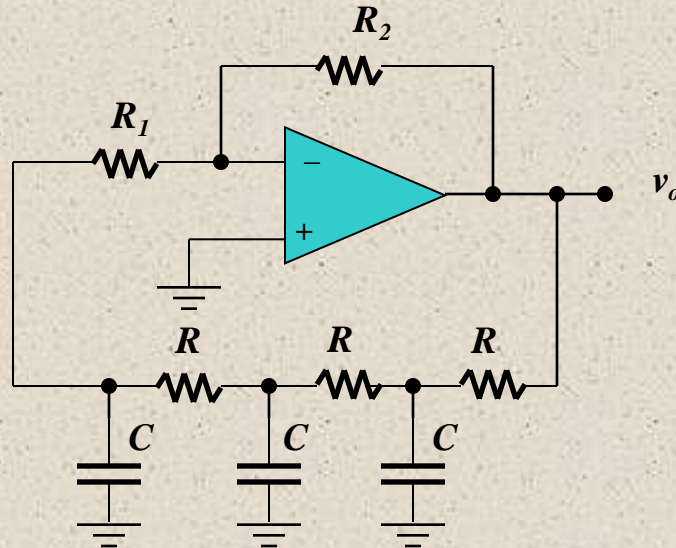
$$\rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6RC}}$$

- condició de guany: $-\frac{R_2}{R_1} (RCs)^3 = (RCs)^3 + 5RCs \rightarrow \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) (RC)^3 j\omega_0 \cdot \omega_0^2 = 5RCj\omega_0 \rightarrow$
(terme amb *part imaginària*)

$$\rightarrow \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{(RC)^2}{6(RC)^2} = 5 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 29$$

Exercici

- Trobeu freqüència d'oscil·lació (ω_0) i condició de guany en la configuració R-C-R



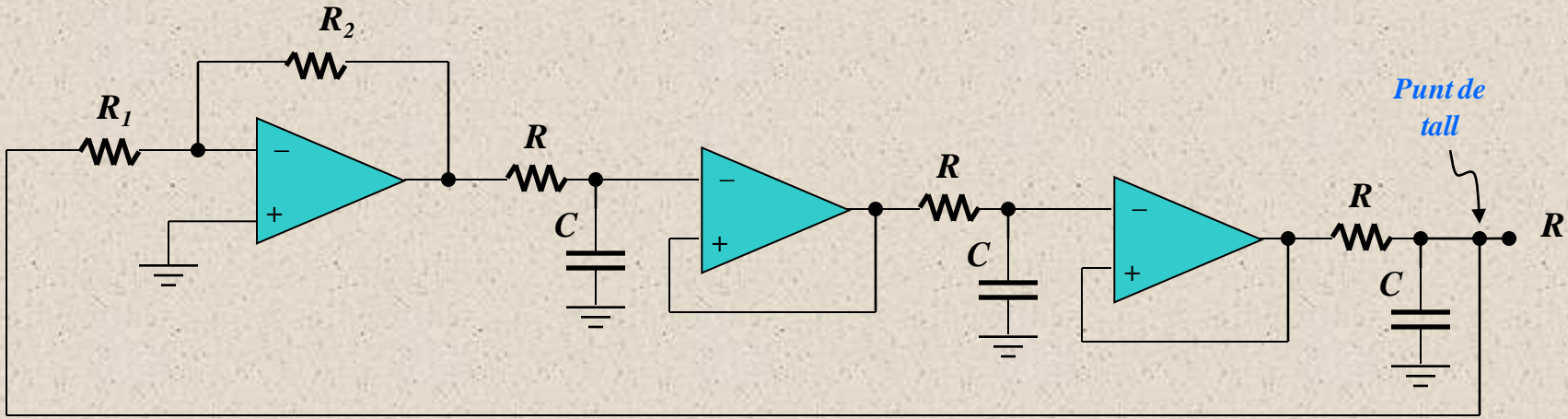
- Solució:

$$f_0 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi RC}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 26$$

PSO amb sortida 'buffer'

- Interessa que el guany de llaç es distribueixi suaument a través de $\beta(s)$ per tal de reduir el *THD*.
- Amb seguidors de tensió, no cal que R_2/R_1 sigui massa gran



- Condició de guany i freqüència d'oscil·lació

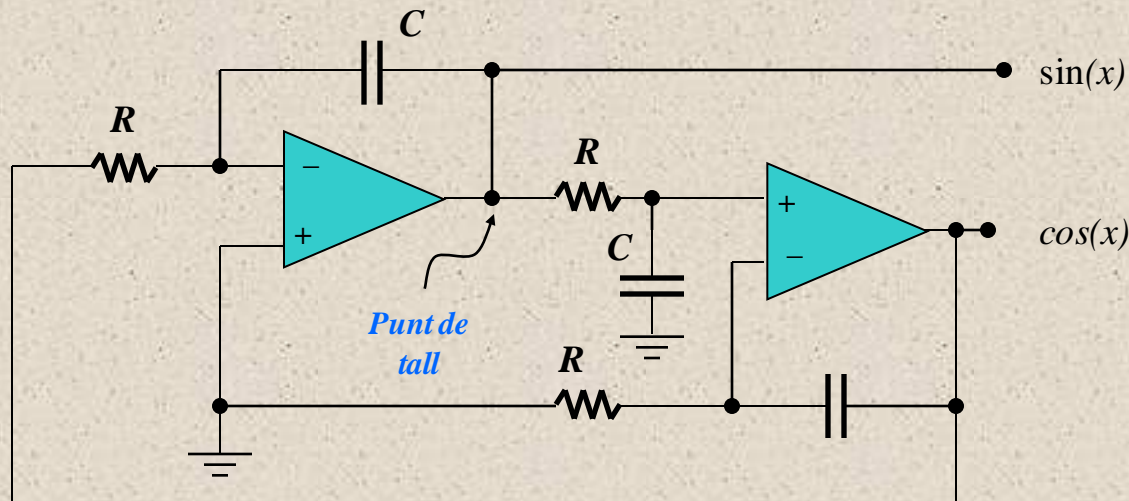
$$f_0 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi RC}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 8$$

R_1 ha de ser gran per no carregar la xarxa $\beta(s)$

Oscil·ladors de quadratura

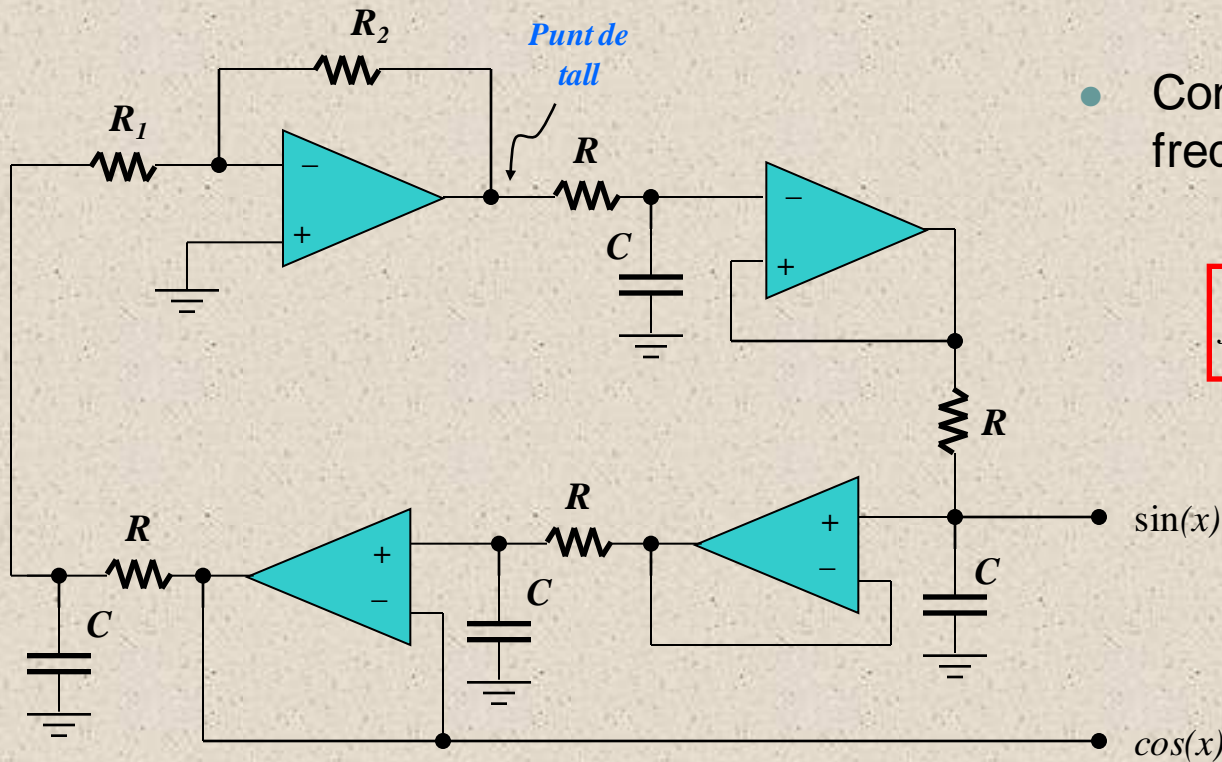
- Per una oscil·lació més estable, una altre aproximació consisteix en utilitzar una estructura d'ordre 2 amb factor de qualitat molt elevat ($Q = \infty$)
- Cada secció aporta una fase de 90°



- Condició d'oscil·lació: $\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = -\frac{1}{(RCs)^2} = 1 \rightarrow$ No hi ha condició de guany!!!
- Freqüència d'oscil·lació: $f_o = \frac{1}{2\pi RC}$

Oscil·lador 'Bubba'

- 4 seccions RC que desfassen 45° cadascuna. Aquesta característica permet obtenir la funció 'sin(x)' i 'cos(x)' en un mateix circuit
- Per utilitzar amb integrats de 4 operacionals (TLV2474)



- Condició de guany i freqüència d'oscil·lació

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 4$$

Oscil·ladors sinusoidals. Conclusions

- **La precisió** en tots els circuits està vinculada a la qualitat dels **components passius**
 - Condensadors de **poli-carbonat** i resistències de **pel·lícula de carbó**
- **Limitació de $f_{0\text{màx}}$**
 - Està condicionada pel **SR** (*Slew Rate*) i el **GBP** (*Gain Bandwidth Product*) del operacional (**$f_{0\text{màx}} < 1\text{MHz} !!!$**)

Slew Rate: $SR_{AO} > 2\pi \cdot V_{O(\text{màx})} f_0$

$GBP = a_{OL} \cdot f_B \geq 43 \cdot f_0$

Guany del operacional en llaç obert
Ample de banda amb guany unitari (5Hz en el LM741)
- **Limitació de $f_{0\text{min}}$**
 - Per valors petits de f_0 és requereixen C 's i R 's grans. Els operacionals han de ser de I_B petita (JFET)
 - Exemple: Amb $C=1\mu\text{F}$ i $R=15.9\text{M}\Omega \rightarrow f_0 = 0.01\text{Hz} !!!$

Críteris sobre l'elecció de la topologia

- ***Pont de Wien***

- L'estabilitat de f_0 és acceptable, però treballar per reduir el THD és molt més complicat que no pas aconseguir que el circuit oscil·li

- ***Quadratura***

- Tot i ser molt versàtil (funció $\sin(x)$ i $\cos(x)$ en un mateix circuit), és el que més distorsió presenta a la sortida

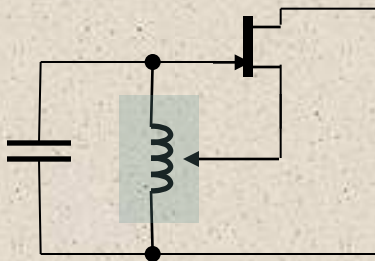
- ***PSO***

- Són els que més bona relació d'estabilitat (de f_0) i distorsió harmònica presenten, especialment l'oscil·lador 'Bubba', però ocupen molt d'espai

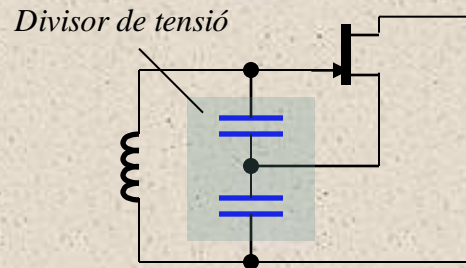
*El desenvolupament de les tecnologies fa que
sigui molt més pràctic utilitzar **circuits integrats específics***

Oscil·ladors d'alta freqüència

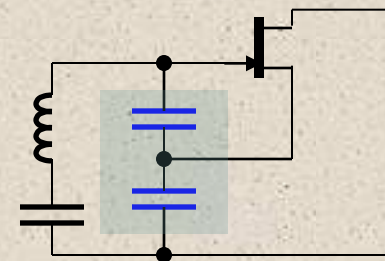
- A freqüències elevades els **dispositius integrats no funcionen**. Ús de **dispositius discrets** (BJT o FET etc...) amb **xarxes resonants LC**
- L'inserció d'inductors a la xarxa $\beta(s)$ permet obtenir oscil·ladors amb factor de qualitat (Q) molt elevat
- Dos grups segons els elements del divisor de tensió a la xarxa LC:
 - **Hartley**.- Divisor de tensió format per **inductors**
 - **Colpitts**.- Divisor de tensió format per **condensadors**
 - L'oscil·lador **Clapp** és una variant del **Colpitts**



Hartley

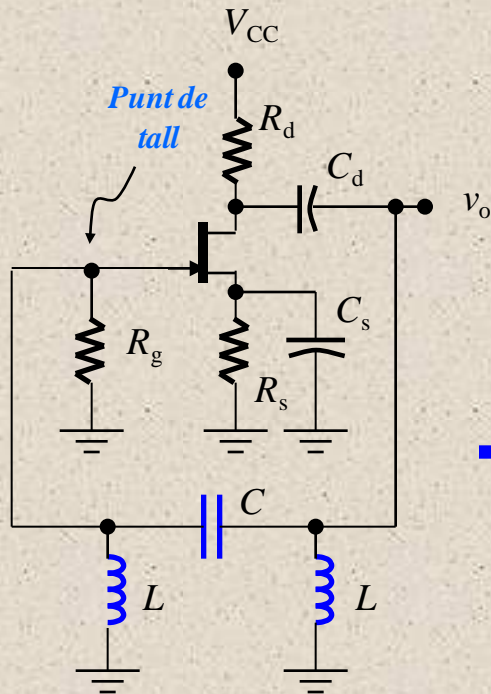


Colpitts

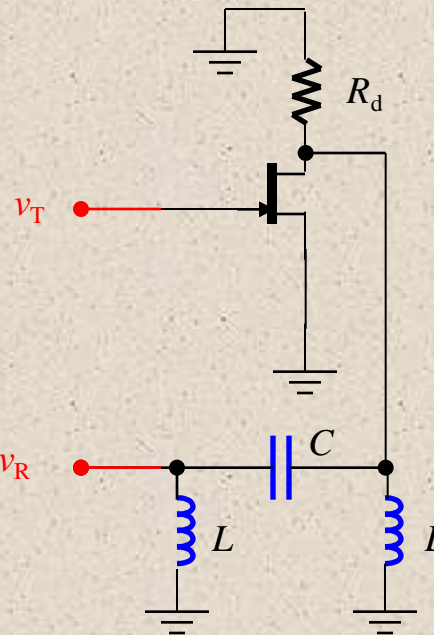


Clapp

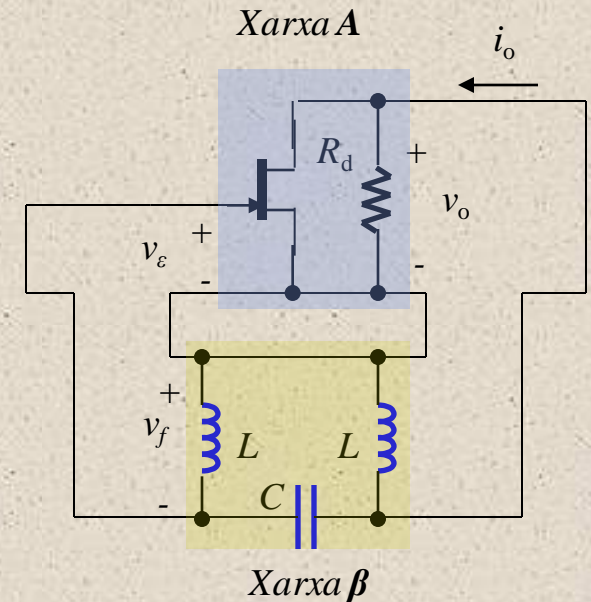
Oscil·lador Hartley



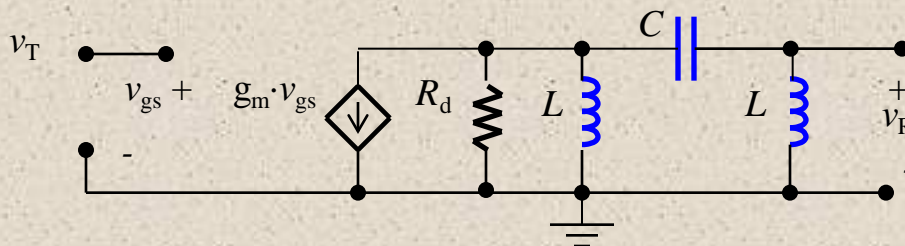
Circuit elèctric en petit senyal



Estructura sèrie-sèrie



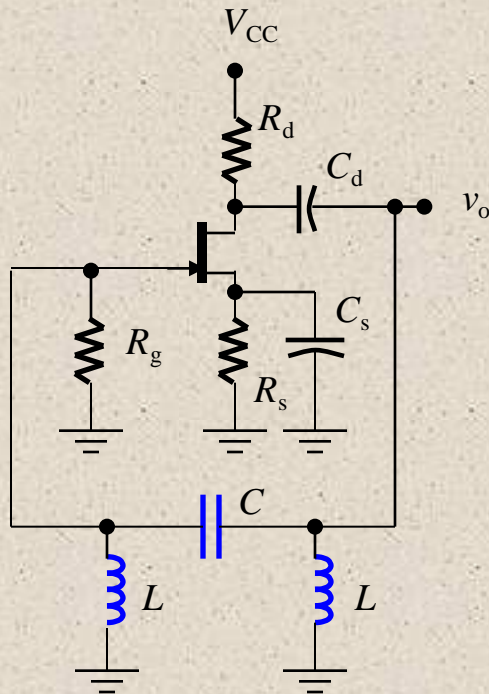
- Circuit d'anàlisi per obtenir v_R/v_T



R_G no ha de carregar la xarxa β

C_d i C_s tenen valor elevat i es
Consideren curtcircuit a la freqüència f_o

Anàlisi del oscil·lador Hartley



- Càlcul de $v_R/v_T, f_0$ i condició de guany

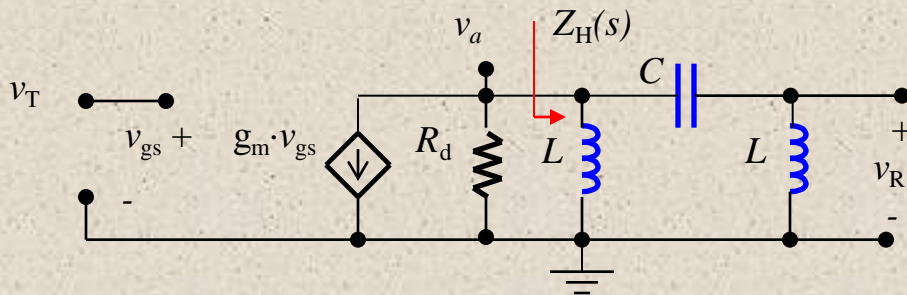
$$Z_H(s) = Ls // \left(Ls + \frac{1}{Cs} \right) = \frac{Ls(LCs^2 + 1)}{2LCs^2 + 1}$$

$$(1) \quad v_R(s) = \frac{Ls}{Ls + 1/Cs} v_a(s) = \frac{LCs^2}{LCs^2 + 1} v_a(s)$$

$$(2) \quad v_a(s) = -\frac{Z_H(s)}{Z_H(s) + R_d} g_m R_d v_{gs}(s) = -\frac{Ls(LCs^2 + 1)g_m R_d}{Ls(LCs^2 + 1) + R_d(2LCs^2 + 1)} v_T(s)$$

Condició d'oscil·lació:

$$\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = -\frac{Ls \cdot LCs^2 \cdot g_m R_d}{Ls(LCs^2 + 1) + R_d(2LCs^2 + 1)} = 1$$



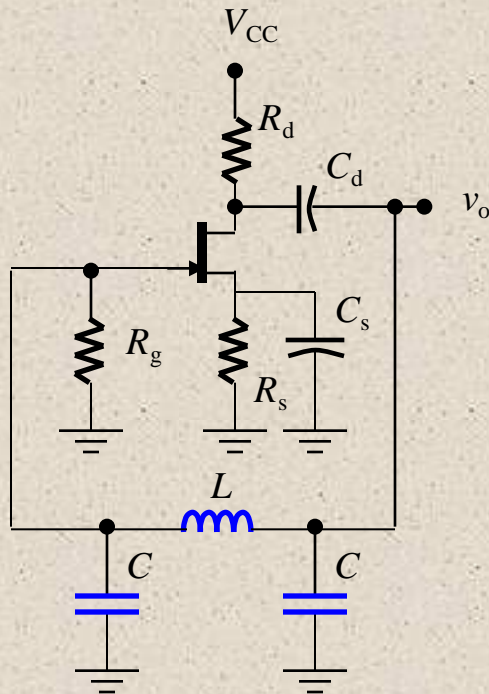
$$R_d(2LCs^2 + 1) = 0 \quad \rightarrow$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{2LC}}$$

$$-Ls \cdot LCs^2 g_m R_d = Ls(LCs^2 + 1) \quad \rightarrow$$

$$g_m \cdot R_d = 1$$

Oscil·lador Colppits



- Condició d'oscil·lació:

$$\frac{v_R(s)}{v_T(s)} = -\frac{g_m R_d}{R_d C^2 L s^3 + L C s^2 + 2 R_d C s + 1} = 1$$

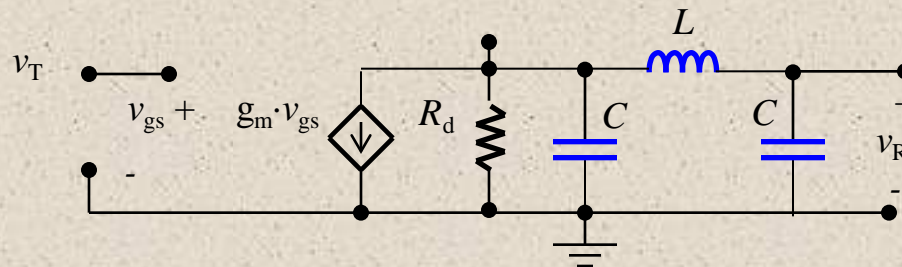
- Freqüència d'oscil·lació

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

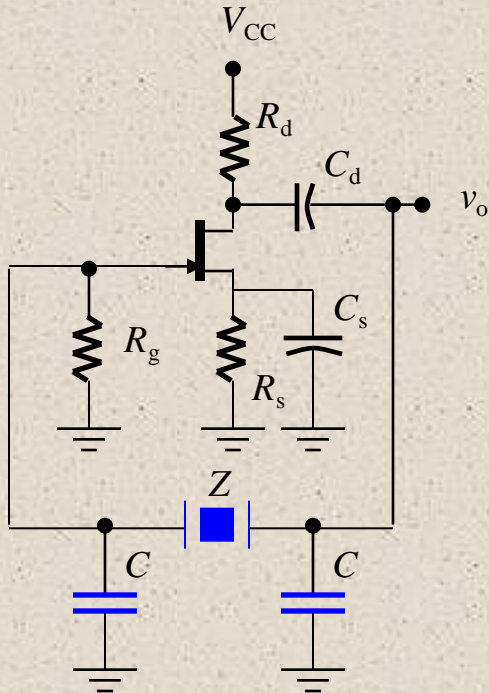
- Condició de guany:

$$g_m \cdot R_d = 1$$

Circuit d'anàlisi



Oscil·lador Clapp



Filtres analògics. Què són?

- Diverses definicions

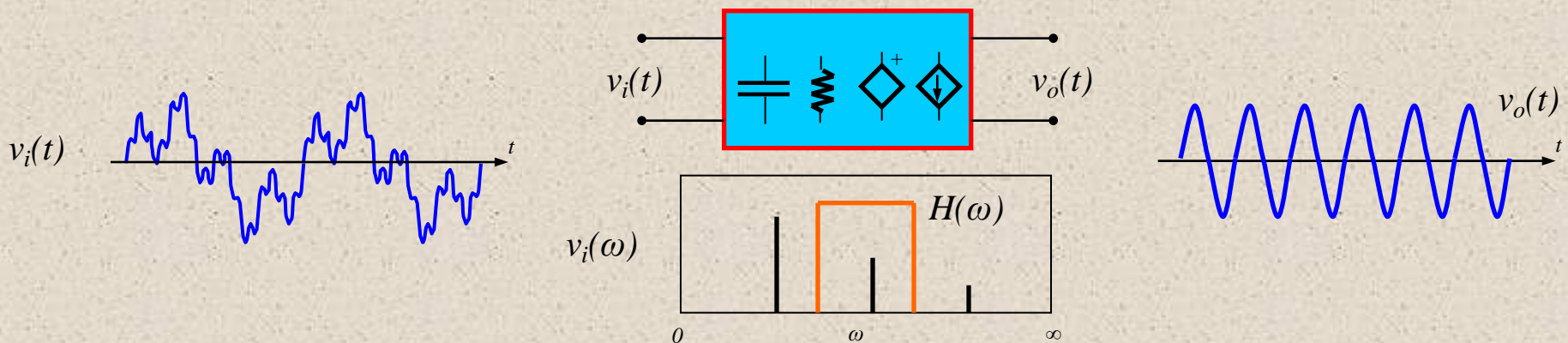
- *A nivell de dispositiu electrònic*

- Circuit electrònic format per R, L, C i dispositius actius (TRT, AoP i fonts controlades) capaç d'eliminar *components freqüencials* no desitjades.

- *A nivell d'anàlisi*

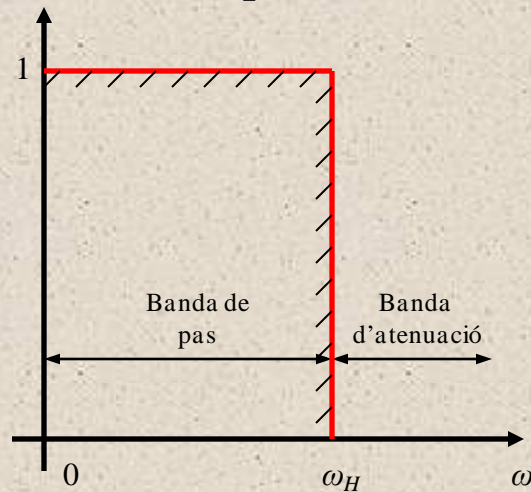
- Quadripol que transmet una banda limitada del senyal d'entrada.
- Bloc que implementa una *funció de transferència* ($H(s)$) determinada

Filtre analògic

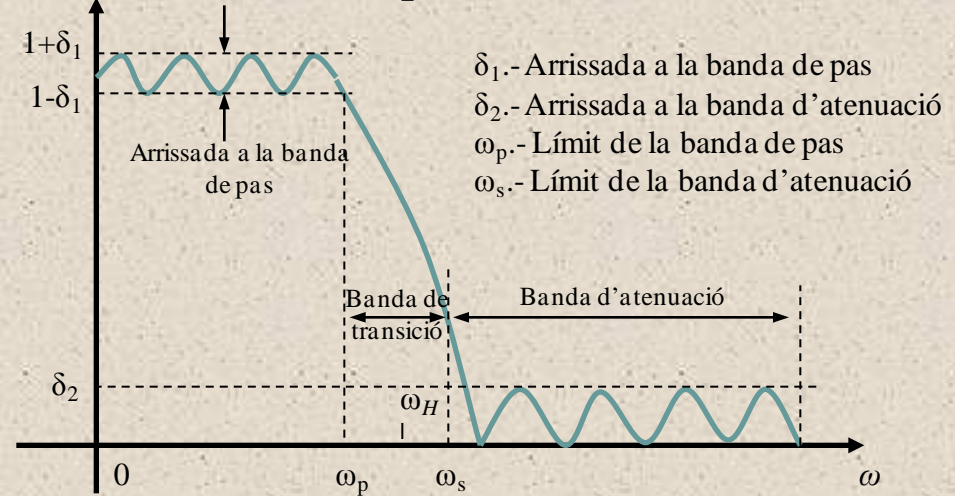


Especificacions del filtre

$|H(\omega)|$ *Filtre passa-baixes ideal*



$|H(\omega)|$ *Filtre passa-baixes real*



- El disseny consisteix en **trobar un circuit** amb els components apropiats per l'operació de filtratge (funció de transferència) desitjada que **s'apropi** al filtre ideal.
- Especificacions segons la forma de la resposta: δ_1 , δ_2 , ω_p , ω_s
- Especificacions segons les característiques del filtre:
 - **Generals:** Esmorteiment (ξ), Factor de qualitat (Q), Fase ($|\theta(\omega)|$)
 - **Específic (Passa-baixes/altes):** Freqüència de tall (ω_c)
 - **Específic (Passa-banda o b. eliminada):** Banda (**BW**): $\omega_H - \omega_L$, Freqüència central (ω_0)

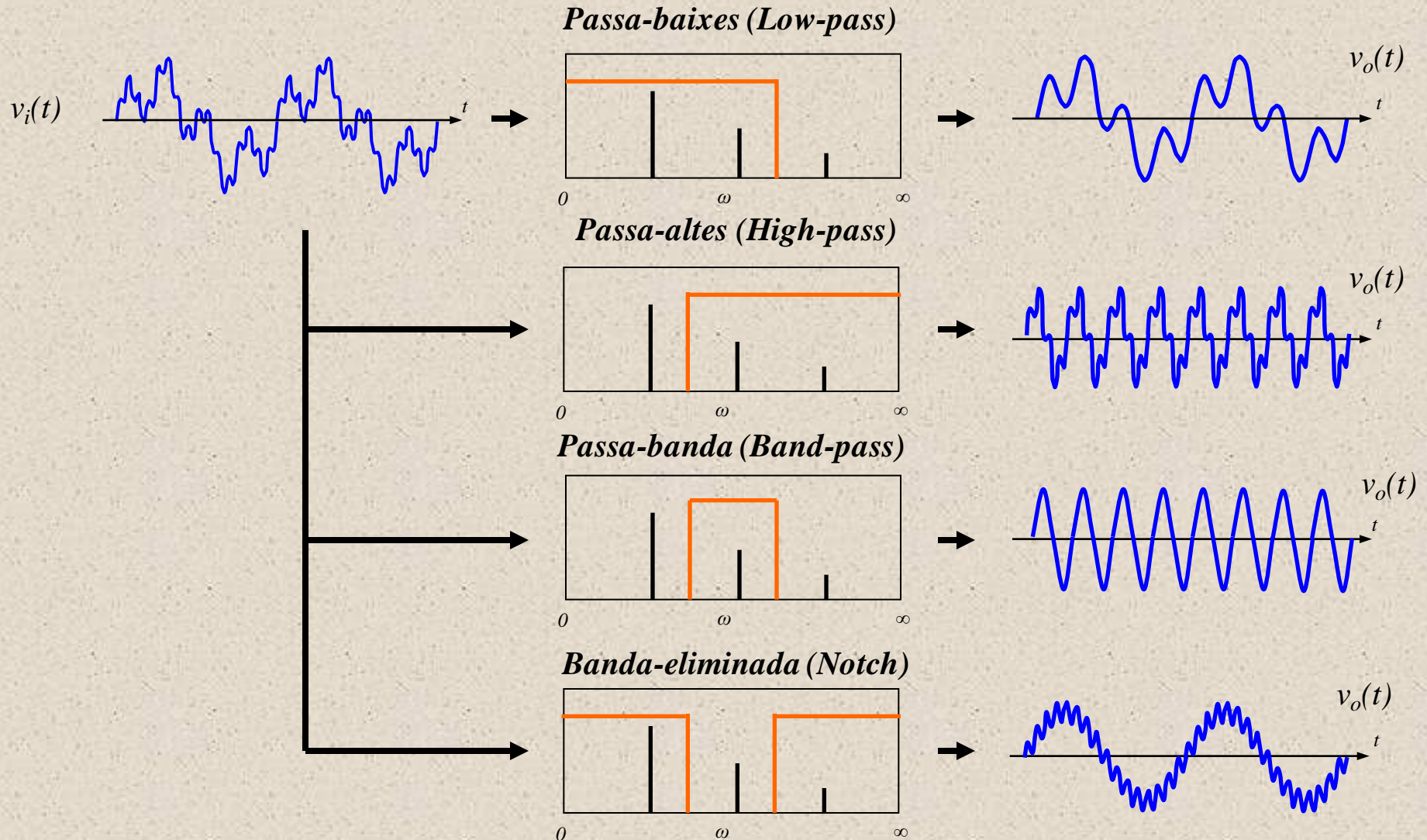
Tipologia i classificació

- Segons la **família**
 - **Filtres *passius***.- Formats exclusivament per resistències, condensadors i/o inductors (RLC)
 - **Filtres *actius***.- A més, inclouen transistors i amplificadors operacionals, entre d'altres dispositius integrats
- Segons la **zona de treball**
 - *Passa-baixes, passa-altes, passa-banda, passa-tot i banda eliminada*
- Segons la **tecnologia**
 - **Bàsics**: Blocs kRC (Sallen-Key o VCVS), de realimentació múltiple.
 - **Gama mitja** Biquad i State-Variable filters (Filtres universals).
 - **Altes prestacions** (Aproximacions al filtre ideal: *Butterworth, Chebyshev, Caueri Bessel*): Circuits LC (Conversors d'impedància GIC), Capacitats commutades (SC.- Switched Capacitors) i circuits integrats especials

Passius vs. Actius

- Avantatges dels **passius**
 - **Bandwidth** elevat
 - Major **immunitat** a les desviacions dels components
 - Baix **consum** (No requereixen alimentació)
 - **Linealitat** i **Marge dinàmic**
- Avantatges dels **actius**
 - Ocupen un espai reduït (Integració en dispositius de silici)
 - **Fiabilitat** i **immunitat** al soroll
 - **Disseny** i **ajustament** fàcil i còmode
 - **Gama variada** de funcions de filtratge
 - **Guany** >1 (En els passius hi ha pèrdues)
- Actualment, és indiscutible l'ús de **filtres actius** en àudio i telecomunicacions. Els passius s'utilitza quan és necessita reduir el consum

Zones de treball



La funció de transferència

- Els components dels filtres presenten característiques que depenen de la freqüència

$H(s)$

$$H_0 = \frac{a_m}{b_n}$$

Factor d'escala
o guany:

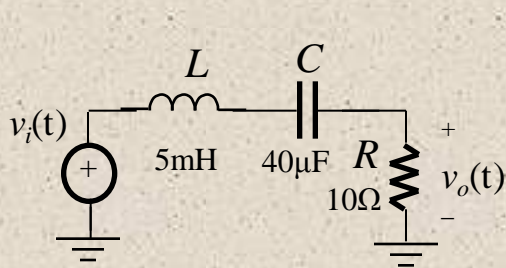
• arrels de $H(s)$ reals y/o complexes:
 $p_k = \sigma_k + j\omega_k$

$$H(s) = \frac{V_O(s)}{V_I(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

zeros

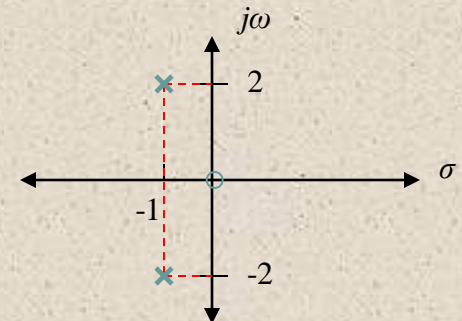
pols

- Pols complexes apareixen **sempre** amb parells conjugats p_k i p_k^*
- Exercici 3.1:** Trobeu el diagrama pol-zero del següent circuit RLC



Solució:

$$H(s) = \frac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1}$$



Estabilitat dels sistemes

- És **estable** quan una entrada acotada produeix sortida acotada
- Observació del comportament amb una entrada impulsional per comprovar l'estabilitat:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} \longrightarrow \text{Resposta impulsional del sistema}$$

- Dos casos representatius:

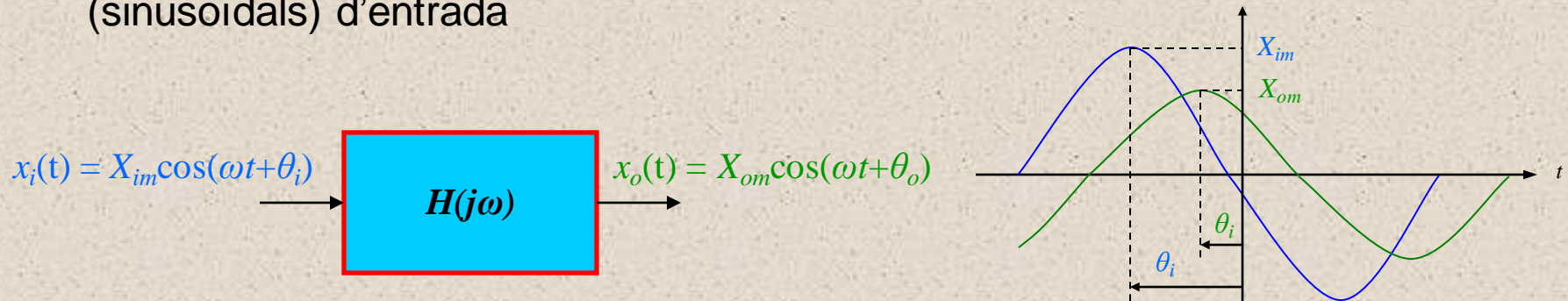
$$1) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A_k}{s - \sigma_k}\right\} = A_k e^{\sigma_k t} u(t) \quad 2) \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A_k}{s - (\sigma_k + j\omega_k)} + \frac{A_k}{s - (\sigma_k - j\omega_k)}\right\} = 2|A_k| e^{\sigma_k t} (\cos \omega t + \sin \omega t)$$

$u(t)$.- Esgraió unitari

- **Tots els pols al semiplà esquerre** per l'estabilitat ($\sigma_k < 0$). No està garantida si s'utilitzen components actius: BJT's, operacionals, etc
 - Pols conjugats generen transitoris amb oscil·lacions
 - Algunes aplicacions exploten la inestabilitat (oscil·ladors)
- **Exercici 3.2:** Determineu la resposta impulsional de l'exercici 3.1

Resposta freqüencial

- Interessa conèixer el comportament a les **components harmòniques** (sinusoïdals) d'entrada



$$X_{om} = |H(j\omega)| \times X_{im} \quad H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle H(j\omega) = H_r + jH_i \quad \angle H(j\omega) = \begin{cases} \tan^{-1}(H_i/H_r), & H_r > 0 \\ 180^\circ - \tan^{-1}(H_i/H_r), & H_r < 0 \end{cases}$$
$$\theta_o = \angle H(j\omega) + \theta_i \quad |H(j\omega)| = \sqrt{H_r^2 + H_i^2}$$

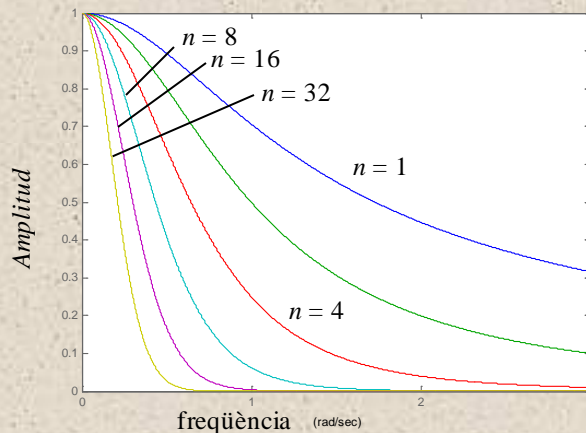
- Dos punts de vista en l'anàlisi i problema del disseny:
 - 1) Teòric (Disseny):** $H(j\omega)$ especificada matemàtica (o gràficament) amb l'objectiu de dissenyar el circuit electrònic
 - 2) Pràctic (Anàlisi):** Necessitat de conèixer experimentalment $H(j\omega)$ d'un sistema que ja està implementat
- Exercici 3.3:** Trobeu la resposta del sistema de l'exercici 3.1 a una entrada $v_i(t) = 10\cos(10^3t + 45^\circ)\text{V}$

Representacions de Bode

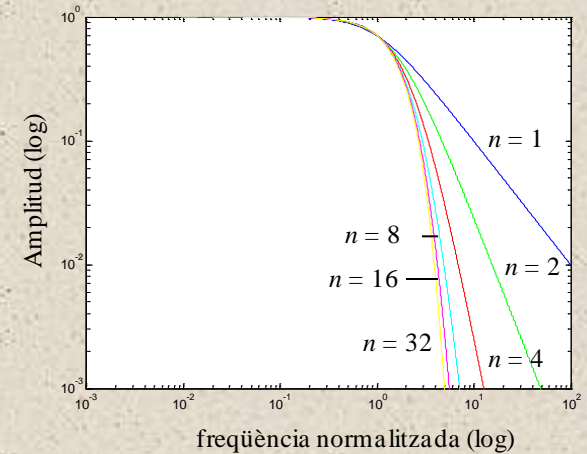
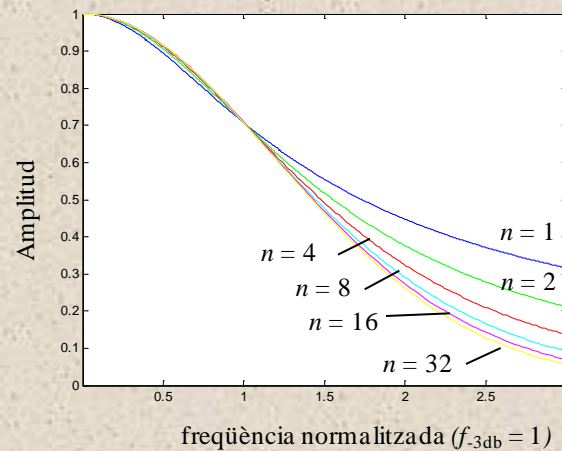
- Exemple de filtre *passa-baixes*

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)^n} \rightarrow |H(\omega)| = \frac{1}{(\sqrt{\omega^2 + 1})^n}$$

Representació lineal



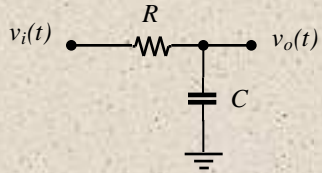
Representacions normalitzades a -3dB



- Respostes són **més selectives** (ideals) quan més gran és n , però també augmenta **complexitat** (cost)
- Assumint dissenys **amb arrissada** a les bandes freqüencials (pas i atenuació), és poden obtenir **respostes selectives** amb un ordre moderat (**Altes prestacions**)

Configuracions útils de 1er. ordre

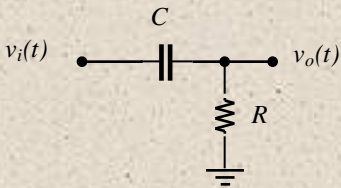
• Passius



$$H(s) = H_0 \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

$$H_0 = 1 \quad \omega_0 = 1/RC$$

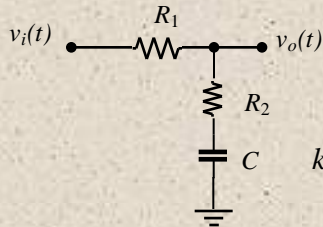
Passa-baixes



$$H(s) = H_0 \frac{s/\omega_0}{s/\omega_0 + 1}$$

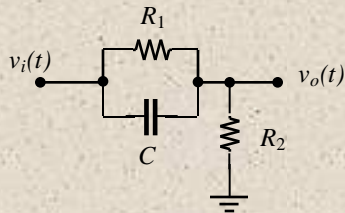
$$H_0 = 1 \quad \omega_0 = 1/RC$$

Passa-altes



$$H(s) = k \frac{s + z_1}{s + p_1}; z_1 > p_1$$

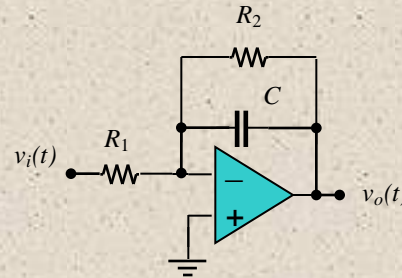
$$k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}; z_1 = \frac{1}{R_2 C}; p_1 = \frac{1}{(R_1 + R_2)C}$$



$$H(s) = k \frac{s + z_1}{s + p_1}; z_1 < p_1$$

$$k = 1; z_1 = \frac{1}{R_1 C}; p_1 = \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C}$$

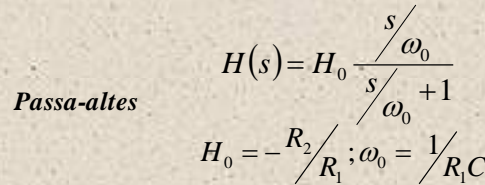
• Actius



$$H(s) = H_0 \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

$$H_0 = -R_2/R_1; \omega_0 = 1/R_2 C$$

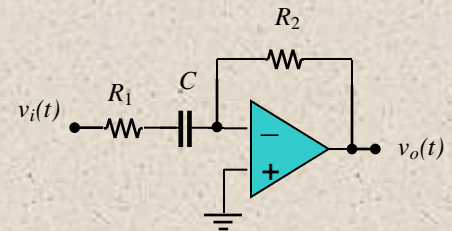
Passa-baixes



$$H(s) = H_0 \frac{s/\omega_0}{s/\omega_0 + 1}$$

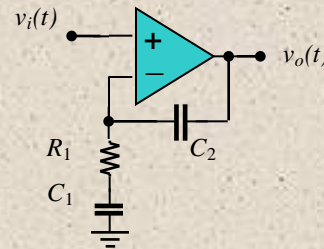
$$H_0 = -R_2/R_1; \omega_0 = 1/R_1 C$$

Passa-altes



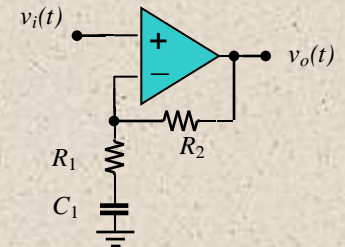
$$H(s) = k \frac{s + z_1}{s + p_1}; z_1 > p_1$$

$$k = 1; z_1 = \frac{C_1 + C_2}{R_1 C_1 C_2}; p_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$$



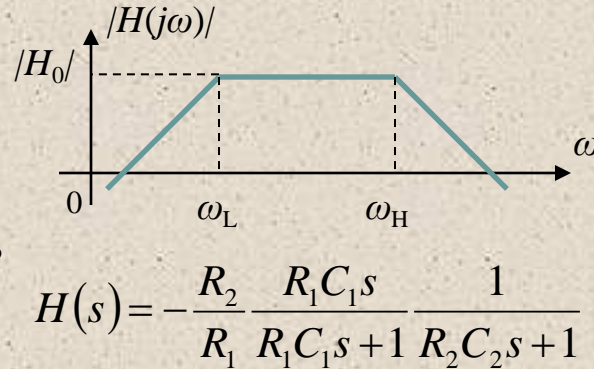
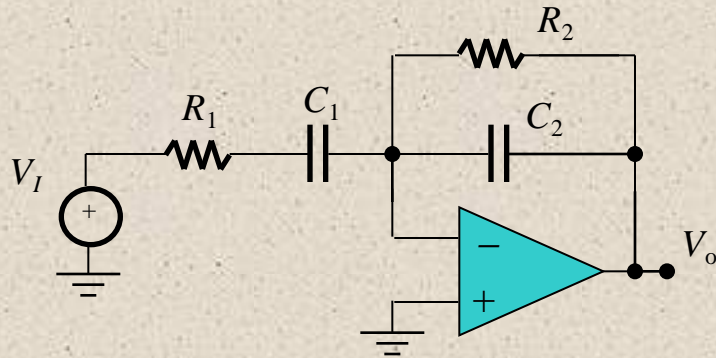
$$H(s) = k \frac{s + z_1}{s + p_1}; z_1 < p_1$$

$$k = 1 + R_2/R_1; z_1 = \frac{1}{R_1 C_1 + R_2 C_2}; p_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$$



Aplicacions bàsiques de 1er. ordre

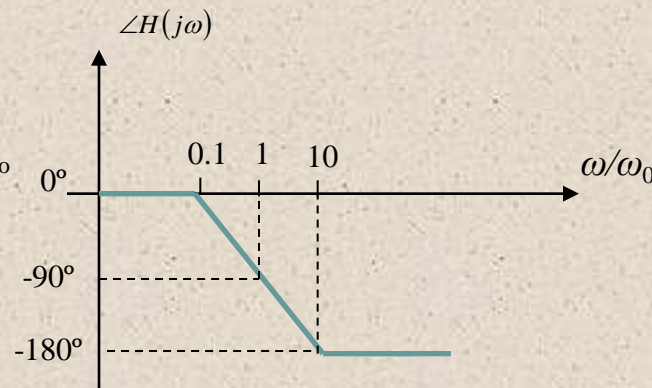
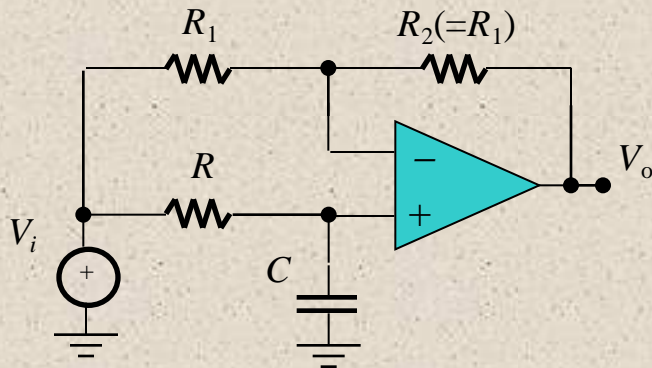
- Combinant el pass-baixes i passa-altes actiu de primer ordre s'obté la resposta **passa banda** (per aplicacions d'àudio)



$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_L = \frac{1}{R_1 C_1}, \omega_H = \frac{1}{R_2 C_2}$$

- Desplaçament de fase.- Filtre passa-tot de fase no mínima

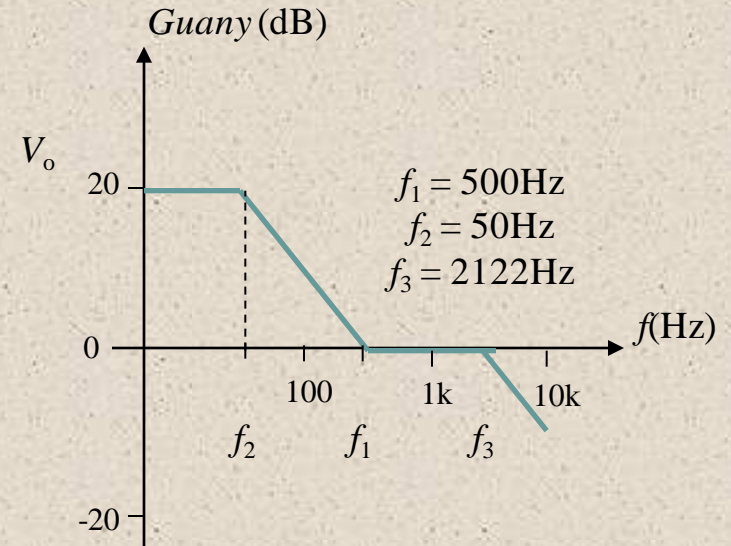
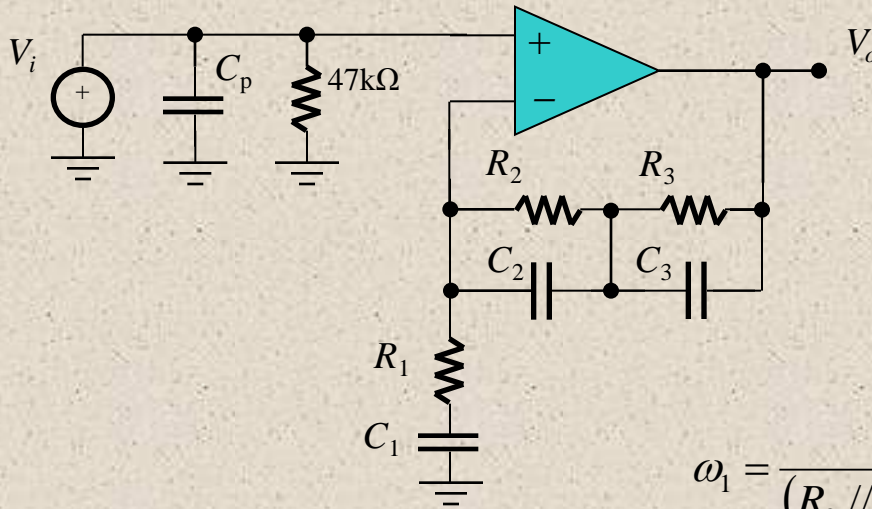


$$H(s) = \frac{-RCs + 1}{RCs + 1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Pre-amplificador RIAA

- Amplificador i eqüalització d'amplitud en **reproductors giradisc**
- El senyal requereix complir estàndar RIAA (*Record Industry Association of America*):
 - Especificacions a 1KHz
 - 30-40 dBs per capçals magnètics
 - 50-60 dBs per inductors (agulles) mòbils

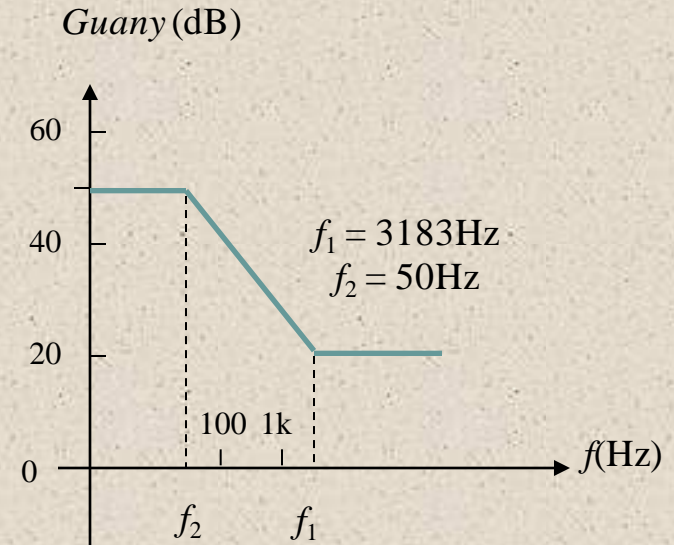
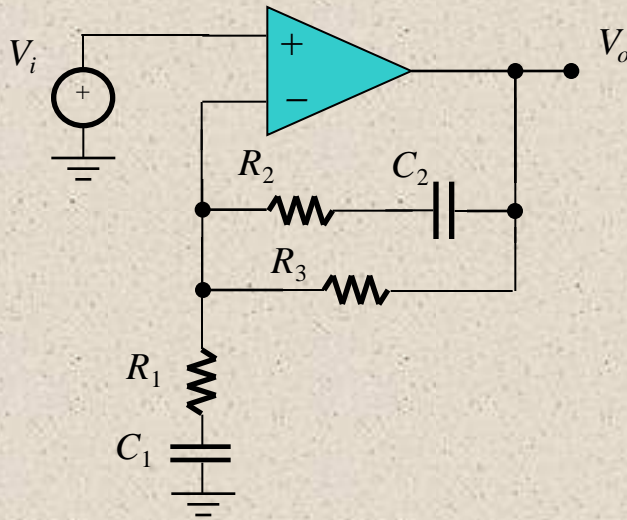


$$H(j\omega) = 1 + \frac{R_2 + R_3}{R_1} \frac{1 + s/\omega_1}{(1 + s/\omega_2)(1 + s/\omega_3)}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{(R_2 \parallel R_3)(C_2 + C_3)} \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2} \quad \omega_3 = \frac{1}{R_3 C_3}$$

Pre-amplificador per reproductors

- Amplificador i equalització d'amplitud segons estàndar NAB (*National Association of Broadcasters*)



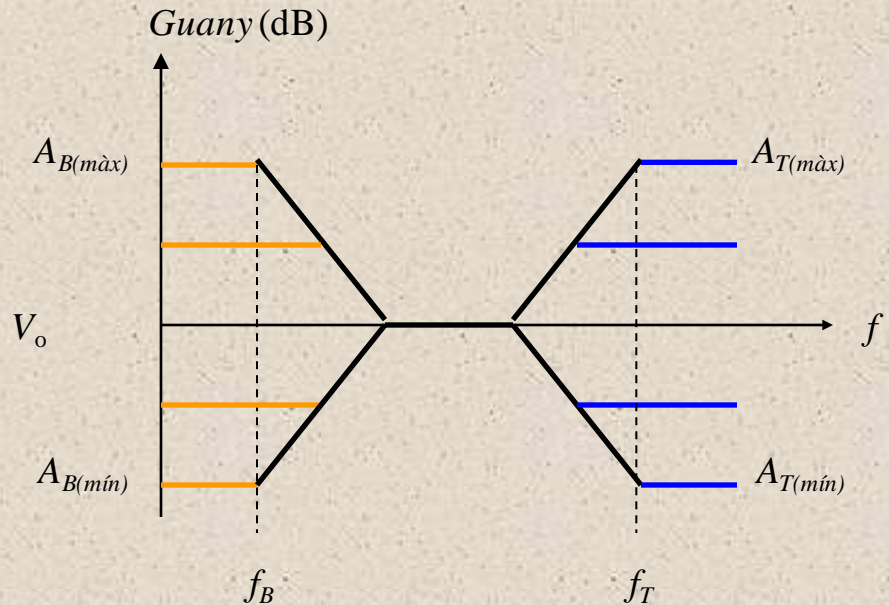
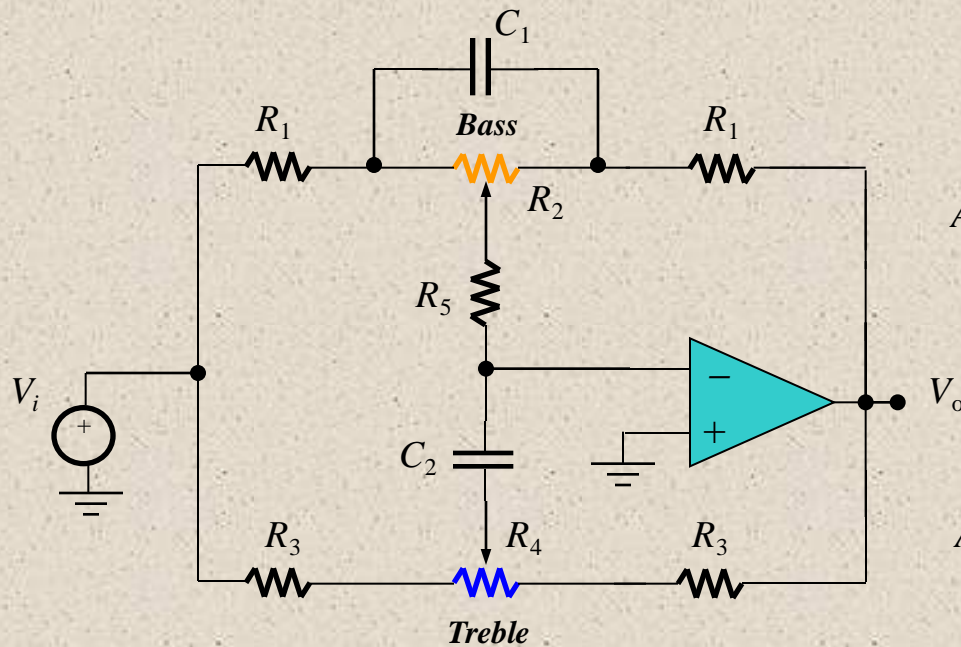
$$H(j\omega) = 1 + \frac{R_3}{R_1} \frac{1 + s/\omega_1}{1 + s/\omega_2}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R_2 C_2}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{(R_2 + R_3) C_2}$$

Control de to

- Per **amplificació/atenuació** de 'baixos' (*bass*) i 'aguts' (*treble*)



Bass

Treble

Guany

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} \leq A_B \leq \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$\omega_B = \frac{1}{R_2 C_1}$$

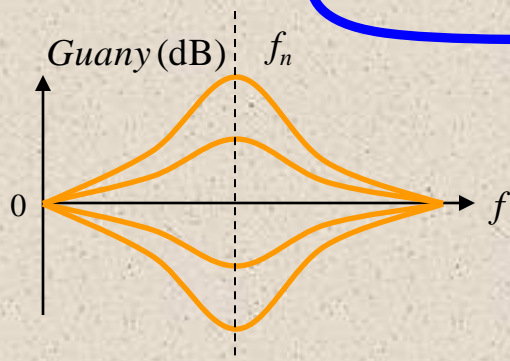
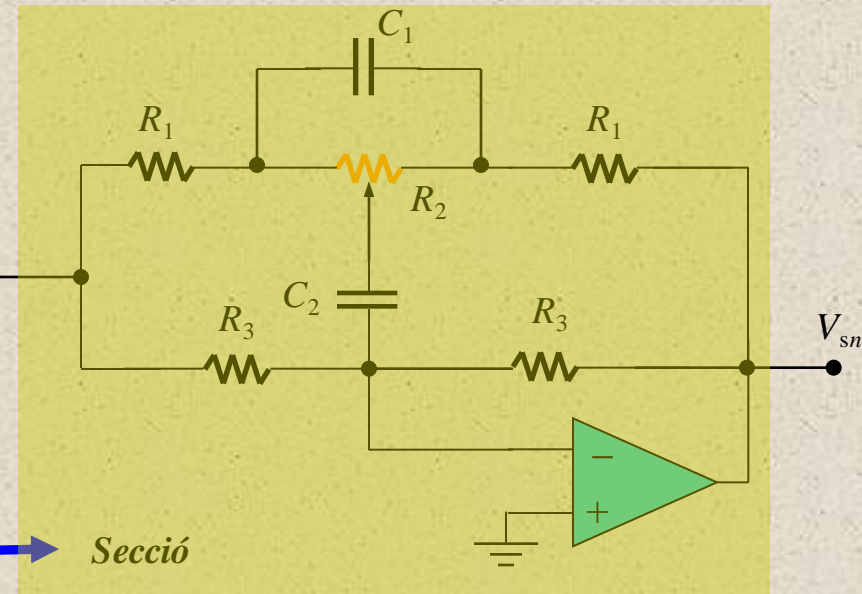
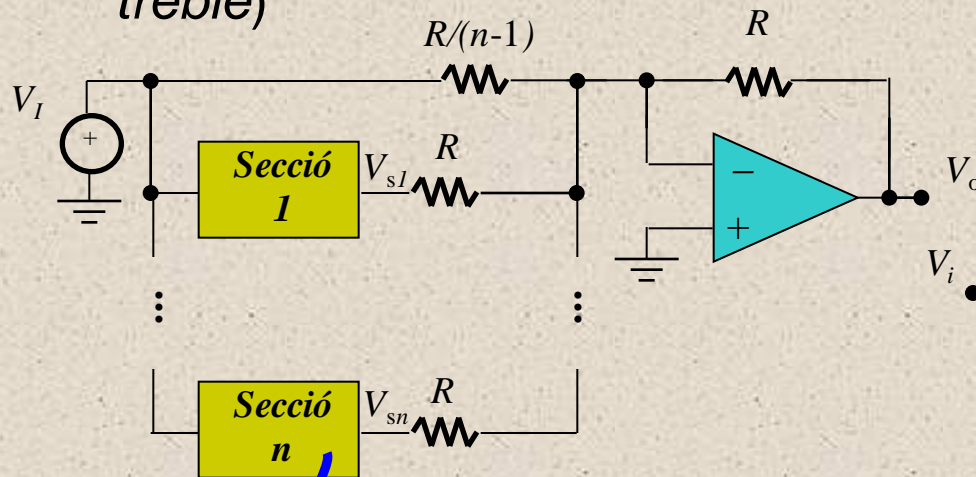
$$\frac{R_3}{R_1 + R_2 + 2R_5} \leq A_T \leq \frac{R_1 + R_2 + 2R_5}{R_3}$$

$$\omega_T = \frac{1}{R_3 C_2}$$

Freqüències de tall

Equalitzador gràfic

- Amplificació/atenuació a **freqüències intermitges** (a més del *bass* i *treble*)



Resposta en una secció

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_n \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1}$$

$$\omega_n = \frac{\sqrt{2 + R_2/R_1}}{10R_2C_2}$$

$$R_3 \gg R_1$$

$$R_3 = 10R_2$$

$$C_1 = 10C_2$$



Exercicis amb filtres de 1er. ordre

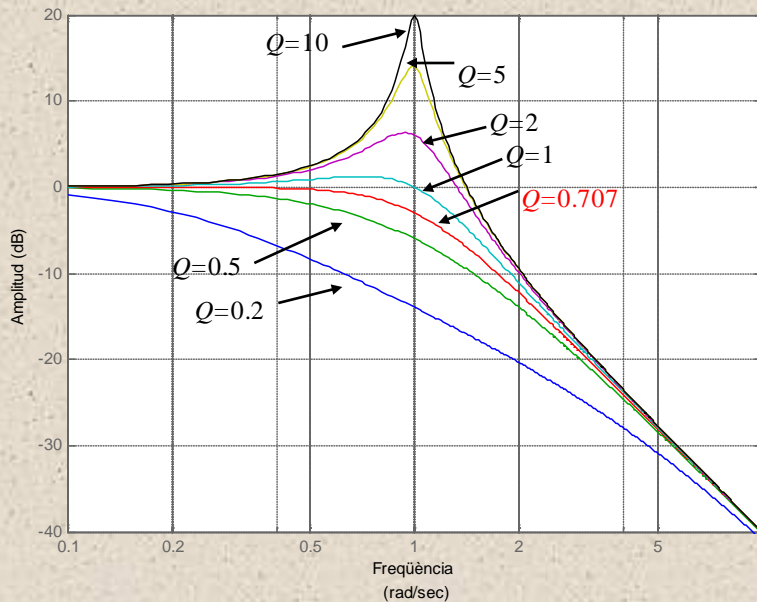
- **Exercici 3.4:** Determineu components en el filtre passa-banda per a un guany de 20dB a la banda d'audio (20Hz-20KHz)
- **Exercici 3.5:** Dissenyeu un pre-amplificador RIAA de 40dB
- **Exercici 3.6:** Dissenyeu un control de bass-treble amb ajustament d'amplitud de 20dB, $f_B = 30\text{Hz}$ i $f_C = 10\text{kHz}$

Funcions estàndar de 2on. ordre

- **Low-pass:** $H_{LP}(s) = H_{0LP} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 \cdot s + \omega_0^2}$ $H_{LP}(j\omega) = H_{0LP} \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + (j\omega/\omega_0)/Q}$
- **High-pass:** $H_{HP}(s) = H_{0HP} \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 \cdot s + \omega_0^2}$ $H_{HP}(j\omega) = H_{0HP} \frac{-(\omega/\omega_0)^2}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + (j\omega/\omega_0)/Q}$
- **Band-pass:** $H_{BP}(s) = H_{0BP} \frac{2\xi\omega_0 \cdot s}{s^2 + 2\xi\omega_0 \cdot s + \omega_0^2}$ $H_{BP}(j\omega) = H_{0BP} \frac{(j\omega/\omega_0)/Q}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + (j\omega/\omega_0)/Q}$
- **Notch response:** $H_N(s) = H_{0N} \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 \cdot s + \omega_0^2}$ $H_N(j\omega) = H_{0N} \frac{1 - (\omega/\omega_0)^2}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + (j\omega/\omega_0)/Q}$
- **All-pass:** $H_{AP}(s) = H_{0AP} \frac{s^2 - 2\xi\omega_0 \cdot s + \omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 \cdot s + \omega_0^2}$ $H_{AP}(j\omega) = H_{0AP} \frac{1 - (\omega/\omega_0)^2 - (j\omega/\omega_0)/Q}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + (j\omega/\omega_0)/Q}$
- **Relacions útils:**
 - $H_N = H_{LP} + H_{HP} = 1 - H_{BP}$ $H_{AP} = H_{LP} - H_{BP} + H_{HP} = 1 - 2 \cdot H_{BP}$

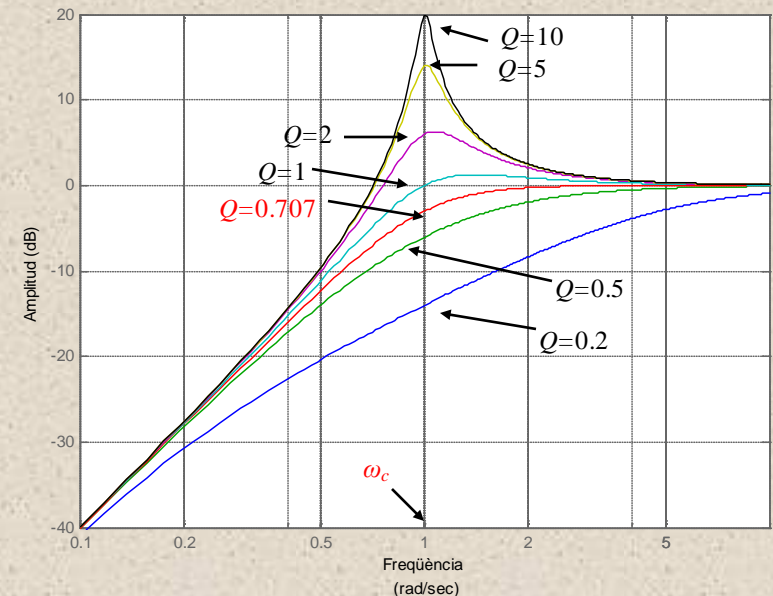
Respostes freqüencials de 2on. ordre

- Low-pass



- High-pass

$$H_0 = 1, \quad \omega_0 = 1$$

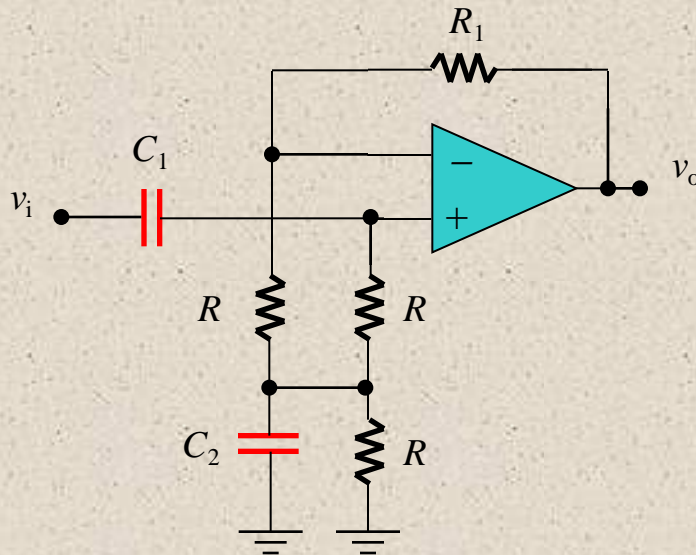


- Resposta plana (o sense esmorteïment) amb $Q_{max} \leq 0.707$ ($0.707 \geq \xi \geq \infty$). En el cas que $Q = 0.707$, $\omega_0 = \omega_c$ és la **freqüència de tall** i $|H_{LP}| = -3\text{dB}$
- Amb esmorteïment ($Q \geq 0.707$ o bé $0 \geq \xi \geq 0.707$):

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{1 - 1/2Q^2} \qquad |H_{LP\max, HP\max}| = \frac{Q}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}}$$

Exemple:

- **Filtre passa-altes**



- Funció de transferència: $F_L(s)$

$$F_L(s) = 11 \frac{s(s + 0.118)}{s^2 + 10.21s + 1.09}$$

- Valors:

- $R_1 = 1\text{M}\Omega, R = 100\text{k}\Omega$
- $C_1 = 1\mu\text{F}, C_2 = 100\mu\text{F}$

- Dades del polinomi:

$$s^2 + a_1s + a_2 = s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2$$

- **Freqüència de resonància:** ω_0

$$\omega_0^2 = a_2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{a_2} = \mathbf{1.044} \text{ rad/seg}$$

$$f_0 = \mathbf{0.16\text{Hz}} \neq f_c (= 10.10 \text{ rad/seg o } 1.6\text{Hz})$$

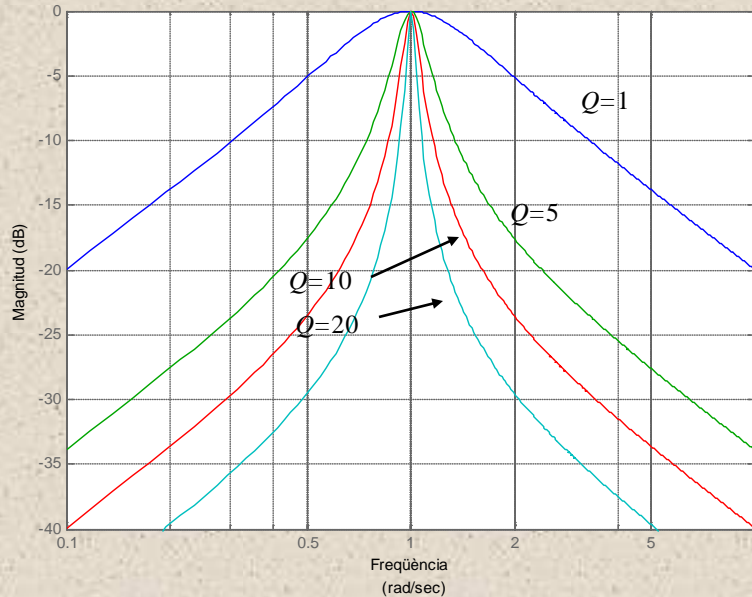
- **Esmorteïment:** ξ

$$\xi = \frac{a_1}{2\omega_0} = \mathbf{4.88 > 0.707} \text{ (No hi ha esmorteïment)}$$

- **Factor de qualitat:** $Q = 1/2\xi = 0.102$ Poc selectiu

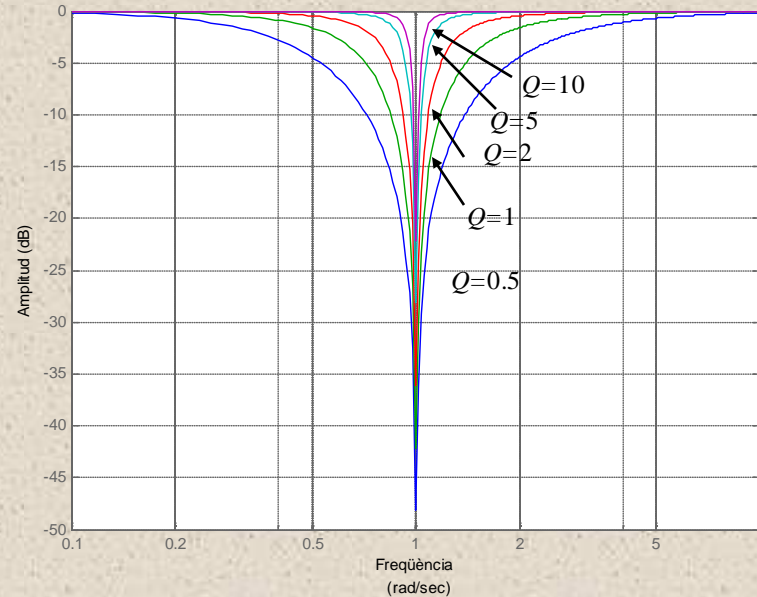
Respostes freqüencials de 2on. ordre (i II)

- Band-pass**



- Notch Response**

$$H_0 = 1, \quad \omega_0 = 1$$



- Selectivitat freqüencial dels filtres. Expressions importants:

$$\omega_L = \omega_0 \left(\sqrt{1 + 1/4Q^2} - 1/2Q \right)$$

$$\omega_H = \omega_0 \left(\sqrt{1 + 1/4Q^2} + 1/2Q \right)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_L \omega_H}$$

$$BW = \omega_H - \omega_L \quad Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{1}{2\cdot\xi}$$

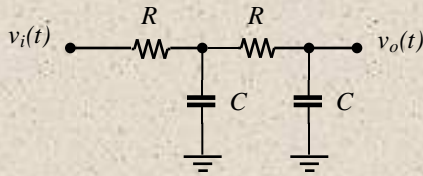
...al laboratori

- Degut a la **falta de precisió** dels components, a la pràctica els paràmetres es desvien dels valors teòrics. S'han de realitzar **mesures** per ajustar-los correctament (amb potenciòmetres!!!)
- **Passa-baixes**
 - Com que $H_{LP}(j\omega_0) = -j \cdot H_{0LP} \cdot Q$, ω_0 es determina localitzant la freqüència on la sortida està desfasada 90° respecte a l'entrada. Llavors: $Q = |H(j\omega_0)| / |H_{0LP}|$
- **Passa-banda**
 - Com $H_{BP}(j\omega_0) = H_{0BP}$, $\angle H_{BP}(j\omega_L) = \angle H_{0BP} - 45^\circ$ i $\angle H_{BP}(j\omega_H) = \angle H_{0BP} - 135^\circ$; a ω_0 la sortida està **en fase** amb l'entrada si $H_{0BP} > 0$, o bé **desplaçada 180°** si $H_{0BP} < 0$. Llavors, ω_L i ω_H es determinen quan la sortida es desplaça **45°** respecte a l'entrada, ω_0 és el **punt mig** de les dues i $Q = \omega_0 / (\omega_H - \omega_L)$
- Consideracions semblants s'apliquen per mesurar els paràmetres de les configuracions *passa-altes* i *Notch* respectivament

Filtres 'kRC' (o Sallen-Key)

- **Xarxes actives de 2on. ordre** que milloren considerablement el factor de qualitat respecte de les passives ($Q > 0.5$)

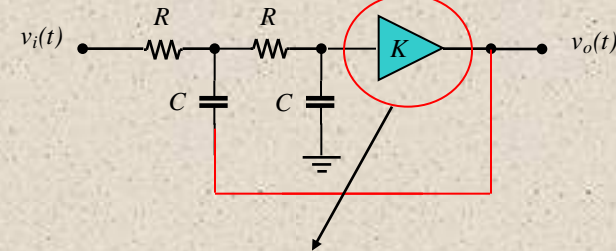
Filtre passiu de 2on. ordre



$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs^2 + 3RC \cdot s + 1}$$

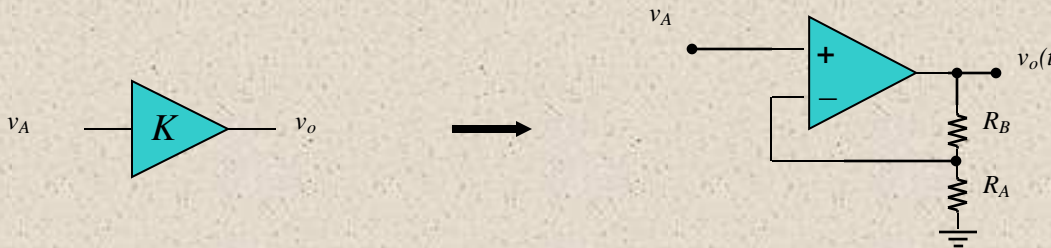
$$Q = 1/3 !!! < 1/2$$

Filtre Sallen-Key



Guany i realimentació positiva controlada per mantenir la magnitud de $v_o(t)$ a $\omega = \omega_0$

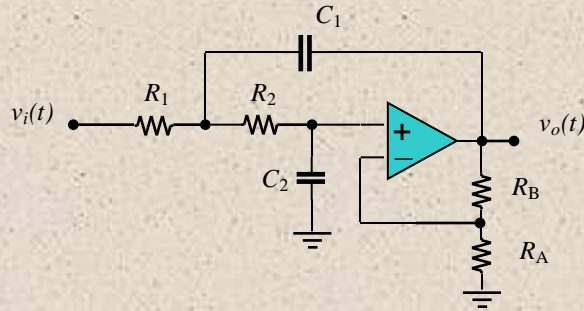
- Blocs RC requereixen de xarxes actives per incrementar el factor de qualitat (Q), p.e: la configuració de **no inversor**



$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$

'kRC'. Low-pass i High-pass

Low-pass

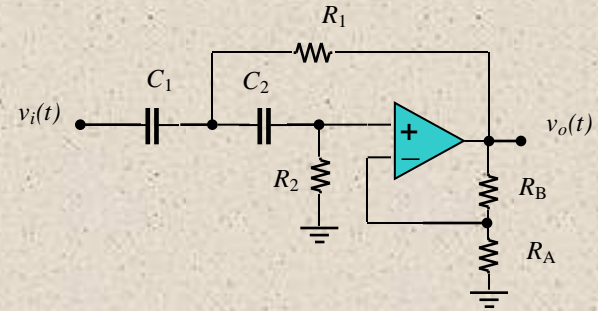


$$H_{LP}(s) = \frac{K}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + [(1-K)R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2]s + 1}$$

Guany i freqüència de tall:

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

High-pass



$$H_{HP}(s) = \frac{K \cdot R_1 C_1 R_2 C_2 s^2}{R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 + [(1-K)R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2]s + 1}$$

Factor de qualitat

$$Q_{LP} = \frac{1}{(1-K) \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}}$$

$$Q_{HP} = \frac{1}{(1-K) \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}}}$$

Filtres kRC. Consideracions...

- **...sobre el disseny**

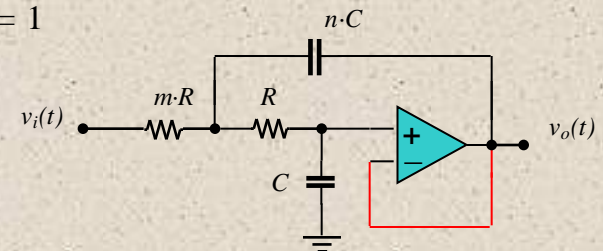
- Només hi ha **3** equacions (H_0 , ω_0 i Q) per dissenyar **5** paràmetres del circuit (K , R_1 , R_2 , C_1 i C_2). És necessari *fixar dos paràmetres* del circuit.
- Dos mètodes de disseny: **Components iguals** i amb **Guany-unitari**

- *Components iguals*

- Si $R_1 = R_2 = R$ i $C_1 = C_2 = C$, llavors: $H_{0LP} = H_{0HP} = K$ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{3-K}$
- Expressions de disseny $RC = \frac{1}{\omega_0}$ $K = 3 - 1/Q$ $R_B = (K - 1)R_A$

- *Amb guany unitari*

- Si $R_2 = R$, $C_2 = C$, $R_1 = m \cdot R$ i $C_1 = n \cdot C$: $K = 1$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mn}RC}$ $Q = \frac{\sqrt{mn}}{m+1}$
- Nombre mínim de components i BW del AoP màxim amb $K = 1$
- Q màxima amb $m=1$ (R's del mateix valor)



Filtres kRC. Consideracions (i II)...

- ...sobre el procediment per ajustar els components

- Components iguals:

- 1) Ajustar R_1 per obtenir la ω_0 requerida (altera el valor de Q)
- 2) Ajustar R_B per obtenir la Q requerida (ω_0 no varia. K varia però no afecta al comportament freqüencial del filtre)

- Amb guany unitari:

- 1) Escollir els condensadors amb un 'ratio' $n \geq 4 \cdot Q^2$ ($m=1$).
- 2) Determinar m (i les resistències) mitjançant les expressions:

$$m = k + \sqrt{k^2 - 1} \quad \text{on:} \quad k = \frac{n}{2Q^2} - 1 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mnRC}}$$

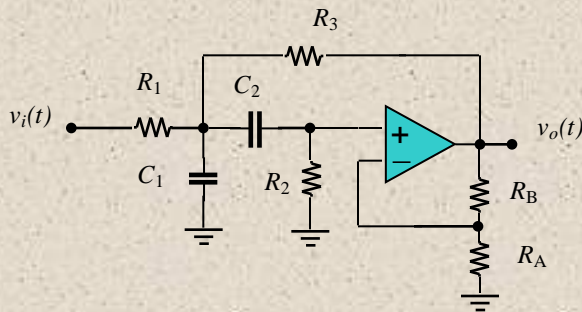
- Inconvenients del disseny

- 1) **Components iguals:** Disseny **sensible** a les toleràncies de R_A i R_B . Per aquesta raó, els filtres kRC s'utilitzen per **$Q < 10$**
- 2) Amb **guany unitari:** Poca flexibilitat per ajustar Q i ω_0 amb comoditat

'kRC'. Band-pass i Notch

Band-pass

- Igualtat-components:** $R_1 = R_2 = R_3 = R$ i $C_1 = C_2 = C$



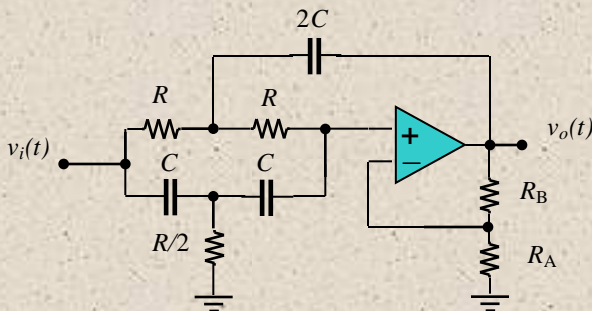
Guany:
$$H_{0BP} = \frac{K}{1 + (1 - K)R_1/R_3 + (1 + C_1/C_2)R_1/R_2} = \frac{K}{4 - K}$$

Freqüència de
ressonància

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{1 + R_1/R_3}}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \frac{\sqrt{2}}{RC}$$

$$Q = \frac{\sqrt{1 + R_1/R_3}}{[1 + (1 - K)R_1/R_3] \sqrt{R_2 C_2 / R_1 C_1} + \sqrt{R_1 C_2 / R_2 C_1} + \sqrt{R_1 C_1 / R_2 C_2}} = \frac{\sqrt{2}}{4 - K}$$

Notch Response



Guany:

$$H_{0N} = K$$

Freqüència de
ressonància

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Factor de
qualitat

$$Q = \frac{1}{4 - 2K}$$

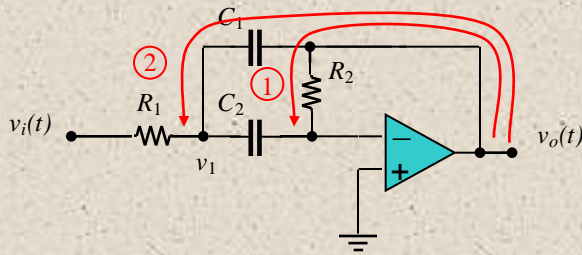
- Mateix procediment de disseny (Igualtat-components) del passa-baixes i passa-altes !!!

Exercicis amb circuits kRC

- **Exercici 3.7:** Mitjançant el disseny amb components RC iguals, determineu els valors per a un filtre passa-baixes amb $f_0 = 1\text{kHz}$ i $Q = 5$.
- **Exercici 3.8:** Modifiqueu el mateix circuit de l'exercici 3.7 per un guany de 0dBs
- **Exercici 3.9:** Dissenyeu un filtre passa-baixes de *Butterworth* amb una atenuació de 3dBs a 10kHz. Quan val la sortida $v_o(t)$ si a l'entrada tenim un senyal de la forma $v_i(t) = 10\cos(4\pi 10^4 t - 90^\circ)$ V
- **Exercici 3.10:** Dissenyeu un filtre passa-altes de 2on. ordre amb $f_0 = 200\text{Hz}$ i $Q = 1.5$
- **Exercici 3.11:** Dissenyeu un filtre passa-banda amb $f_0 = 1\text{kHz}$ i $BW = 100\text{Hz}$. Quin és el guany a la freqüència de resonància? Modifiqueu el circuit per a que aquest guany sigui de 20dB
- **Exercici 3.12:** Dissenyeu un filtre Notch amb $f_0 = 60\text{Hz}$ i $BW = 5\text{Hz}$. Quin és el guany a freqüències baixes? I a freqüències altes?

Realimentació múltiple

- Filtres actius amb més d'unllaç de realimentació
- Constitueixen l'altre grup de filtres bàsics, juntament amb els 'kRC'
- Exemple: Filtre **passa-banda**



Guany:

$$H_{0BP} = -\frac{R_2/R_1}{1 + C_1/C_2}$$

Freqüència de ressonància:

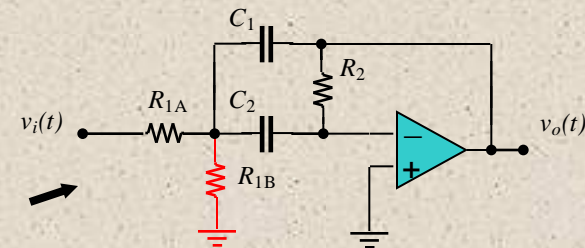
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Factor de qualitat:

$$Q = \frac{\sqrt{R_2/R_1}}{\sqrt{C_1/C_2} + \sqrt{C_2/C_1}}$$

- Amb $C_1 = C_2 = C$: $H_{0BP} = -2 \cdot Q^2$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2} C}$ $Q = 0.5 \cdot \sqrt{R_2/R_1}$
- Disseny: $R_1 = 1/2 \cdot \omega_0 Q C$, $R_2 = 2Q/\omega_0 C$

- H_0 augmenta exponencialment amb Q
- Si volem $H_0 < 2 \cdot Q^2$ hem d'incloure una **xarxa d'atenuació**

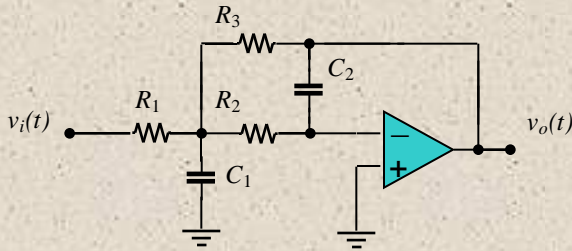


$$R_{1A} = Q/H_0 \omega_0 C$$

$$R_{1B} = R_{1A}/(2Q^2/H_0 - 1)$$

Estructures amb realimentació múltiple

- Passa-baixes**



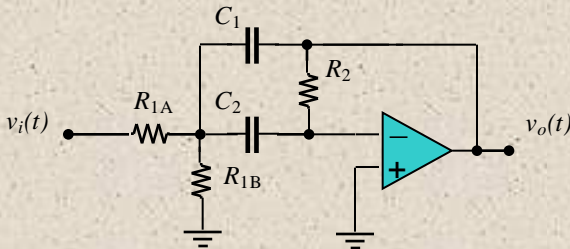
$$H_{0LP} = -\frac{R_3}{R_1} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}} \quad Q = \frac{\sqrt{C_1/C_2}}{\sqrt{R_2 R_3/R_1^2} + \sqrt{R_3/R_2} + \sqrt{R_2/R_3}}$$

$$C_1 = n \cdot C_2$$

$$n \geq 4Q^2(1 + H_0)$$

$$R_1 = \frac{R_3}{H_0} \quad R_2 = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot R_3 C_1 C_2} \quad R_3 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4Q^2(1 + H_0)/n}}{2 \cdot \omega_0 Q C_2}$$

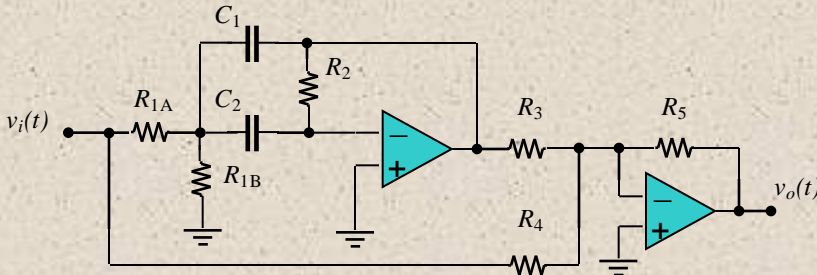
- Passa-banda**



$$H_{0BP} = -2 \cdot Q^2 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C}} \quad Q = 0.5 \cdot \sqrt{R_2/R_1}$$

$$R_2 = 2Q/\omega_0 C \quad R_{1A} = Q/H_0 \omega_0 C \quad R_{1B} = R_{1A}/(2Q^2/H_0 - 1)$$

- Notch**



$$H_N = -\frac{R_5}{R_3}(-H_0 H_{BP})V_i - \frac{R_5}{R_4}V_i = -\frac{R_5}{R_4} \left(1 - H_0 \frac{R_4}{R_3} \cdot H_{BP} \right) V_i$$

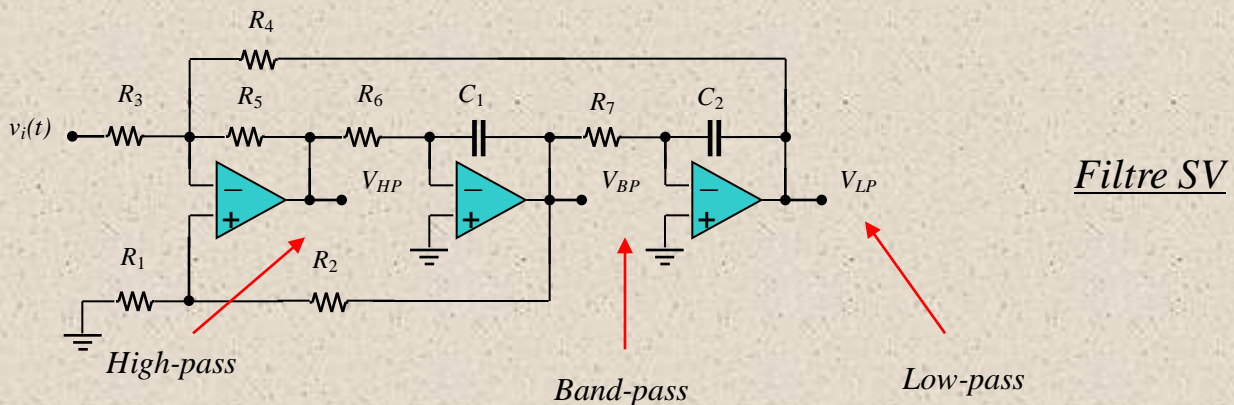
$$H_N = H_{0N}(1 - H_{BP}) \quad \text{si} \quad H_0 \frac{R_4}{R_3} = 1 \quad H_{0N} = -\frac{R_5}{R_4}$$

Exercicis amb realimentació múltiple

- **Exercici 3.13:** Dissenyeu un filtre passa-banda amb $f_0 = 1\text{kHz}$, $Q = 10$ i $H_0 = 20\text{dBs}$
- **Exercici 3.14:** Dissenyeu un filtre passa-baixes amb $f_0 = 10\text{kHz}$, $Q = 4$ i $H_0 = 2\text{V/V}$
- **Exercici 3.15:** Dissenyeu un filtre Notch amb $f_0 = 1\text{kHz}$, $Q = 10$ i $H_0 = 0\text{dBs}$

Filtres SV (State-variable)

- Juntament amb els filtres 'biquad', utilitzen **més d'un operacional** per millorar les prestacions de les estructures de 2on. ordre:
 - Menys sensibilitat a les toleràncies dels components passius
 - Millora el Factor de qualitat comparat amb els filtres kRC ($Q > 10$)
 - Sintonització més senzilla i còmoda, tot i que s'ha de vigilar al escollir els **valors inicials** dels components (consideracions sobre la **idealitat del operacional**)
- **Més d'una resposta** al mateix circuit (**filtres universals**)



Disseny de filtres SV

Inversor

- Igualtat-components:** $R_5 = R_4 = R_3$, $R_6 = R_7 = R$ i $C_1 = C_2 = C$

Guany

$$H_{0BP} = \frac{-R_5}{R_3} = -1, \quad H_{0BP} = \frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4 + R_5/R_4} = Q, \quad H_{0LP} = \frac{-R_4}{R_3} = -1,$$

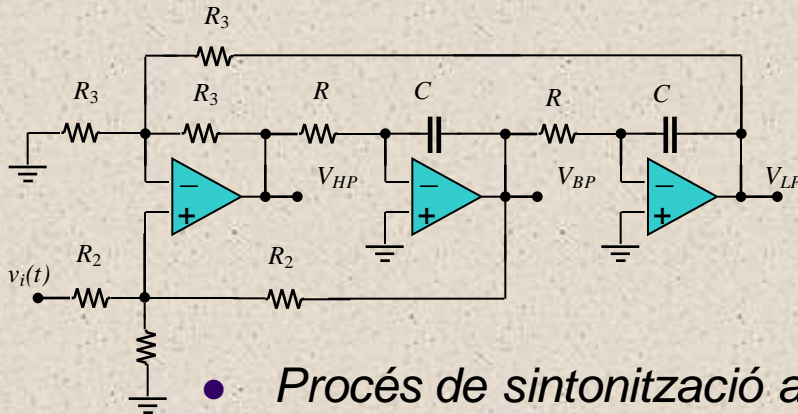
Freqüència de ressonància

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{R_5/R_4}}{\sqrt{R_6 C_1 R_7 C_2}} = \frac{1}{RC}$$

Factor de qualitat

$$Q = \frac{(1 + R_2/R_1) \sqrt{R_5 R_6 C_1 / R_4 R_7 C_2}}{1 + R_5/R_3 + R_5/R_4} = \frac{1}{3} (1 + R_2/R_1)$$

No inversor



$$H_{0BP} = \frac{1}{Q},$$

Freqüència de ressonància

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Guany:

$$H_{0BP} = -1$$

$$H_{0LP} = \frac{1}{Q}$$

Factor de qualitat

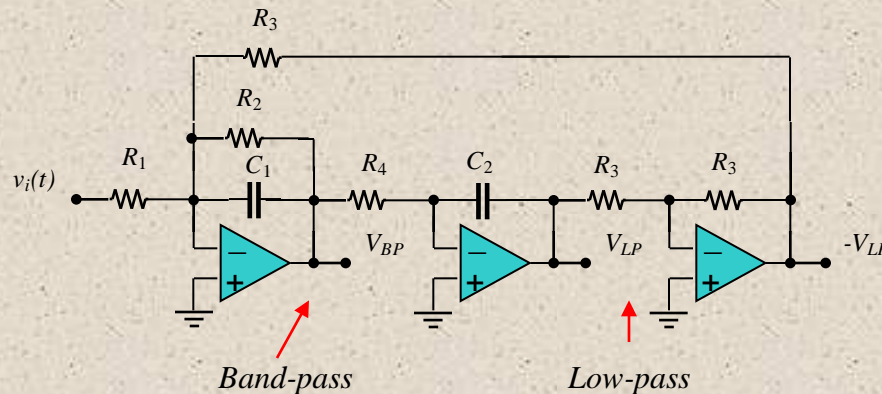
$$Q = 1 + \frac{R_2}{2R_1}$$

- Procés de sintonització al laboratori:**

- 1.- Ajustar R_3 per obtenir H_0 . 2.- Ajustar R_6 (o R_7) per obtenir ω_0 . 2.- Ajustar R_2/R_1 per obtenir Q

Filtres 'Biquad'

- Format per dos integradors (un d'ells pur) + un amplificador inversor de guany unitari
- Dues respostes freqüencials: **passa banda i passa-baixes**



- Si $R_5 = R_4 = R$, i $C_1 = C_2 = C$

Guany:

$$H_{0BP} = \frac{-R_2}{R_1}, H_{0LP} = \frac{R_5}{R_1} = \frac{R}{R_1}$$

Freqüència de ressonància:

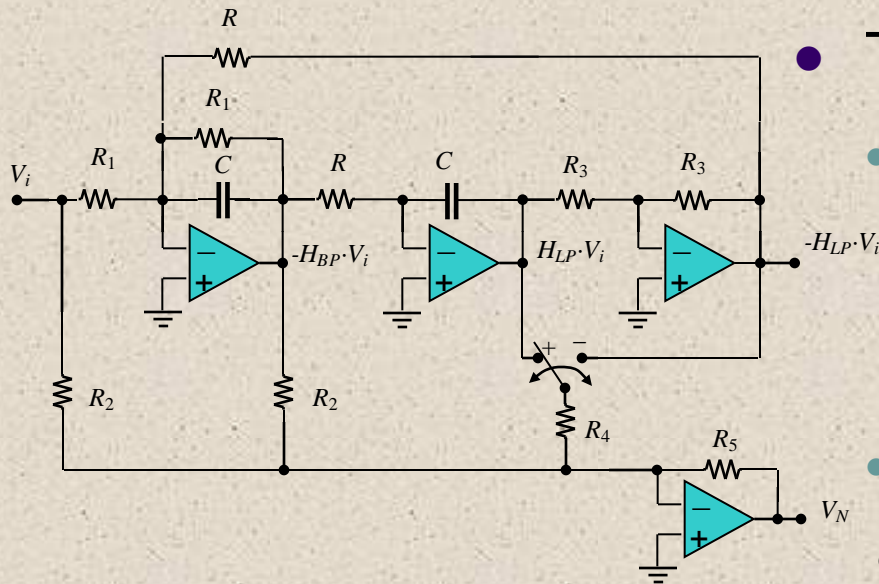
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_4 C_5 R_5 C_2}} = \frac{1}{RC}$$

Factor de qualitat:

$$Q = \frac{R_2 \sqrt{C_1}}{\sqrt{R_4 R_5 C_2}} = \frac{R_2}{R}$$

- Procés de sintonització al laboratori:
 - El mateix que amb **filtres SV**

'Biquad' Notch



Factor de qualitat:

$$Q = \frac{R_1}{R}$$

Freqüència de ressonància:

$$\omega_z = \omega_0 \sqrt{1 \pm R_2 / R_4 Q}$$

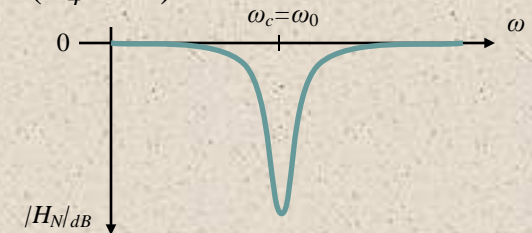
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

• Tres casos possibles:

• **Notch Symmetric** ($R_4 = \infty$)

$$\omega_c = \omega_0$$

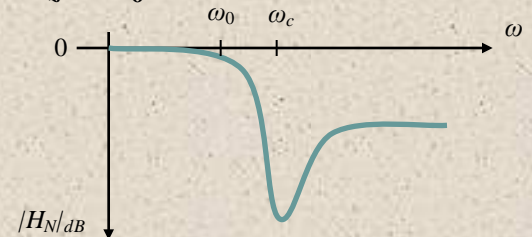
$$H_{0N} = -\frac{R_5}{R_2}$$



• **Low-pass Notch**, $\omega_z > \omega_0$ (Switch a +)

$$\omega_z = \omega_c \sqrt{1 + R_2 / R_4 Q}$$

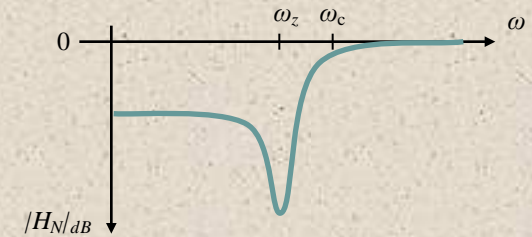
$$H_{0N} = -\frac{R_5 \cdot \omega_z^2}{R_2 \cdot \omega_0^2}$$



• **High-pass Notch** $\omega_z < \omega_0$ (Switch a -)

$$\omega_z = \omega_c \sqrt{1 - R_2 / R_4 Q}$$

$$H_{0N} = -\frac{R_5}{R_2}$$



Sensibilitat del filtre

- Per les **desviacions tèrmiques** dels components passius, interessa conèixer la sensibilitat del filtre

- Anàlisi de sensibilitat:**

$$S_x^y = \frac{\partial y/y}{\partial x/x} = \frac{x}{y} \frac{\partial y}{\partial x} \longrightarrow S_x^y = \frac{\partial y/y}{\partial x/x} = \frac{x}{y} \frac{\partial y}{\partial x} \longrightarrow$$

Propietats:

$$\begin{cases} S_{1/y}^y = S_x^{1/y} = -S_x^y \\ S_x^{y_1 y_2} = S_x^{y_1} + S_x^{y_2} \\ S_x^{y_1/y_2} = S_x^{y_1} - S_x^{y_2} \\ S_x^{x^n} = n \\ S_{x_1}^y = S_{x_2}^y S_{x_1}^{x_2} \end{cases}$$

- Exemple:** filtre kRC passa-baixes

Freqüència de ressonància: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = R_1^{-1/2} C_1^{-1/2} R_2^{-1/2} C_2^{-1/2} \longrightarrow S_{R_1}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$

Factor de qualitat:

$$S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = Q \sqrt{R_2 C_2 / R_1 C_1} - 1/2$$

$$S_K^Q = QK \sqrt{R_1 C_1 / R_2 C_2}$$

$$S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = Q \left(\sqrt{R_2 C_2 / R_1 C_1} + \sqrt{R_1 C_2 / R_2 C_1} \right)$$

$$S_{R_A}^Q = -S_{R_B}^Q = Q(1-K) \sqrt{R_1 C_1 / R_2 C_2}$$

- Igualtat-components**

Augment de sensibilitat amb Q:

$$S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = Q - 1/2, S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = 2Q - 1/2$$

$$S_K^Q = 3Q - 1, S_{R_A}^Q = -S_{R_B}^Q = 1 - 2Q$$

- Guany-Unitari**

$$S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = \frac{1 - R_1/R_2}{2(1 + R_1/R_2)}$$

Menys sensible

$$S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = 1/2$$

Sensibilitat. Comparativa

- **En totes les estructures** $S_{R_1}^{\omega_0} = S_{C_1}^{\omega_0} = S_{R_2}^{\omega_0} = S_{C_2}^{\omega_0} = -\frac{1}{2}$

- **Filtres kRC**

$$S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = Q\sqrt{R_2C_2/R_1C_1} - 1/2$$

$$S_K^Q = QK\sqrt{R_1C_1/R_2C_2}$$

$$S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = Q\left(\sqrt{R_2C_2/R_1C_1} + \sqrt{R_1C_2/R_2C_1}\right)$$

$$S_{R_A}^Q = -S_{R_B}^Q = Q(1-K)\sqrt{R_1C_1/R_2C_2}$$

- **Realimentació múltiple**

- **Passa-banda:** $S_{R_1}^Q = -S_{R_2}^Q = -\frac{1}{2}, S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = \frac{1}{2}$

- **Passa-baixes:** $|S_{R_1}^Q| < 1, |S_{R_2}^Q| < \frac{1}{2}, |S_{R_3}^Q| < \frac{1}{2}, S_{C_1}^Q = -S_{C_2}^Q = \frac{1}{2}$

- **Amb més d'un operacional ('Biquad')**

$$S_{R_2}^Q = 1, S_{R_4}^Q = S_{R_5}^Q = -S_{C_1}^Q = S_{C_2}^Q = \frac{1}{2}$$

- Els filtres SV tenen sensibilitats semblants

- Els filtres de **realimentació múltiple**, **SV** i **Biquad** són els que ofereixen millor comportament respecte la sensibilitat

Exercicis amb SV i Biquad

- **Exercici 3.16:** Al filtre SV inversor especifique components per a un filtre passa-banda amb ample BW = 10Hz centrat a 1kHz. Quin és el guany de resonància?
- **Exercici 3.17:** Dissenyeu un filtre Biquad amb $f_0 = 8\text{kHz}$, BW = 200Hz i 20dBs de guany de resonància. Quin és el valor de H_{OLP} ?
- **Exercici 3.18:** Especifiqueu components per la resposta Notch del filtre Biquad per $f_0 = 1\text{kHz}$, $Q = 10$, $f_z = 2\text{kHz}$ i un guany de 0dBs
- **Sensibilitat kRC**
 - **Exercici 3.19:** Investigueu l'efecte d'un 1% de tolerància en tots els components del filtre passa-baixes dels exercicis 3.7 i 3.9

Resum

- **Factors de decisió al escollir l'estructura adequada:**
 - Especificacions: H_0 , ω_0 , ω_c i Q
 - Simplicitat en el disseny i la configuració (sintonització de f_c)
 - Cost
 - Sensibilitat
- **Estructures de 1er. ordre pràcticament en desús.**
- **Les estructures de 2on. ordre són aptes nomès per especificacions poc exigents:** Baixa freqüència, respostes poc selectives i transicions suaus ($Q \leq 10$)
 - L'ús de la realimentació múltiple s'utilitza bastant per la **baixa sensibilitat** que presenten a les toleràncies dels components (R i C)
 - Els SV i 'Biquad', a més, són fàcils de configurar, però incrementa el cost (Preu aproximat d'un filtre universal >15€)